

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

21 мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Методы исследования математических моделей**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 24 апреля 2024 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2024 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины «Методы исследования математических моделей» – дать студентам представление о математическом моделировании как методе исследования задач окружающего мира, принципах построения математических моделей физических задач и математических методах их исследования. Задачами курса являются:

- познакомить студентов с методом математического моделирования как методом исследования задач окружающего мира;
- познакомить студентов с понятием математической модели физической задачи, способах и этапах ее построения;
- дать представление о корректности построения математической модели задачи;
- познакомить студентов с основными видами математических моделей;
- научить студентов основным методам исследования математических моделей;
- познакомить студентов с основными методами применения математических моделей в исследовании задач окружающего мира.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины «Методы исследования математических моделей», используются студентами в процессе изучения специальных дисциплин, а также в ходе выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Знать:</b> - основные понятия теории фракталов, линейных рекуррентных уравнений, динамики одномерных отображений. <b>Уметь:</b> - решать линейные неоднородные рекуррентные уравнения; - вычислять фрактальную размерность; - определять тип бифуркации одномерного отображения

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы, **72** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационны е испытания		
1.	Математическое моделирование как метод исследования.	8	2	8		1		6	
2.	Классическая механика как математическая модель движения в окружающем мире.	8	2	8		1		6	
3.	Элементы теории поля.	8	2	8		1		6	
4.	Математическое моделирование в биологии.	8	2	8		1		6	
							0,3	3,7	зачет
	ИТОГО		8	32		4	0,3	27,7	

#### Содержание разделов дисциплины:

##### **Тема 1. Математическое моделирование как метод исследования.**

- 1.1. Понятие математической модели физической задачи.
- 1.2. Этапы построения математической модели.
- 2.2. Понятие корректности при построении математической модели.
- 2.3. Математические модели, приводящие к задачам линейного программирования. Методы их решения.

##### **Тема 2. Классическая механика как математическая модель движения в окружающем мире.**

- 2.1. Законы (аксиомы) классической механики.
- 2.2. Принципы классической механики.
- 2.3. Уравнения движения и способы их построения.

##### **Тема 3. Элементы теории поля.**

- 3.1. Вывод уравнений переменного электромагнитного поля - уравнений Максвелла.
- 3.2. Электромагнитные волны.

##### **Тема 4. Математическое моделирование в биологии.**

- 4.1. Математические модели динамики популяций.
- 4.2. Задача хищник-жертва. Модели Лотки-Вольтерра.
- 4.3. Исследование автоколебаний в моделях Лотки-Вольтерра.
- 4.4. Факторы запаздывания в биологических задачах и способы их моделирования.
- 4.5. Математические модели, учитывающие факторы запаздывания.

#### **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:  
для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- Wolfram Mathematica;
- GNU Octave;
- Maxima;
- <https://www.wolframcloud.com/>

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»:  
<https://www.studentlibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Ю.С. Колесов Концепции современного естествознания. Математический подход. – Ярославль, 2003. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20030277.pdf>
2. Н. В. Голубева Математическое моделирование систем и процессов: учеб. пособие для вузов — Санкт-Петербург: Лань, 2021 <https://reader.lanbook.com/book/179611>

### **б) дополнительная литература**

1. А. Н. Тихонов, Д. П. Костомаров Рассказы о прикладной математике. М.: Наука. 1979.
2. А.Д. Ландау, Е.М. Лившиц Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
3. А.С. Понтрягин Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
4. В.Ш. Бурд Дополнительные главы естествознания. \ Методические указания. - Ярославль. 1987.

### **в) ресурсы сети «Интернет» (при необходимости)**

<https://reference.wolfram.com/language/?source=nav>  
<https://maxima.sourceforge.io/ru/>  
<https://www.gnu.org/software/octave/>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор:**

Доцент кафедры  
математического анализа, к.т.н.

В. В. Литвинов

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Методы исследования математических моделей»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе  
текущего контроля успеваемости**

**Пример задания, предлагающегося на зачете**

1. Вывод уравнения генератора электрических колебаний. Математический анализ нелинейных уравнений электрических колебаний. Автоколебания.
2. Построить фазовый портрет математической модели физического маятника, линеаризованной в окрестности верхней точки равновесия маятника, если длина маятника  $l = 3$  м., а масса груза 12 кг.

**Вопросы к зачету**

1. Математическое моделирование как метод исследования. Понятие математической модели физической задачи. Этапы построения математической модели.
2. Математические модели, приводящие к задачам линейного программирования. Методы их решения.
3. Классическая механика как математическая модель движения в окружающем мире. Законы (аксиомы) классической механики. Принципы классической механики.
4. Уравнения движения классической механики и способы их построения.
5. Построение математической модели физического маятника на основе законов механики.
6. Математический маятник как упрощенная модель физического маятника.
7. Интегрирование уравнений физического маятника.
8. Элементы небесной механики. Задача двух тел как простейшая математическая модель движения небесных тел.
9. Законы Кеплера. Уравнение орбиты. Зависимость характера орбиты от величины начальной скорости. Первая и вторая космические скорости.
10. Понятие системы переменного состава. Математическая модель движения системы переменного состава.
11. Движение материальной точки переменного состава. Движение ракеты вне поля сил. Движение ракеты в однородном поле сил тяжести.
12. Математическая модель электрического тока в проводниках. Законы Кирхгофа.
13. Вывод уравнения генератора электрических колебаний. Математический анализ нелинейных уравнений электрических колебаний. Автоколебания.
14. Элементы теории поля. Вывод уравнений переменного электромагнитного поля.
15. Электромагнитные волны.
16. Математическое моделирование в биологии. Математические модели экологии популяций. Задача хищник-жертва. Модели Лотки-Вольтерра.
17. Факторы запаздывания в биологических задачах и способы их моделирования. Математические модели, учитывающие факторы запаздывания.

18. Математическое моделирование в генетике. Законы наследования Менделя. Закон Харди-Вайнберга. Мутации. Принципы отбора. Уравнение эволюции.

### **Требования для получения зачета**

Для получения зачета студент должен выполнить предложенные задания и ответить на вопросы по решенным задачам.

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Методы исследования математических моделей»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Автор считает целесообразным изложить некоторые свои соображения по вопросам, связанным с изучением данной дисциплины, других дисциплин и обучением на математическом факультете вообще.

Итак, вы выбрали для вашего образования математический факультет классического университета. Какие условия необходимы для овладения профессией математика? По мнению автора, таких условий пять:

- твёрдый характер;
- критическое отношение к себе;
- способность заниматься математикой и желание это делать;
- регулярные занятия математикой;
- хорошее здоровье.

Очень часто не все эти элементы имеются в наличии; в этом случае начинать нужно с работы по тем позициям, где вы сами видите свои недостатки. Однако даже в случае, когда эти условия соблюдены, в обучении студента могут присутствовать определённые трудности.

Одна из главных заключается в том, что студенты часто неправильно отвечают для себя на вопрос, в чём заключается понимание в математике, каков их уровень понимания, какова степень математизации их мышления. Дело в том, что даже регулярное посещение лекций и практических занятий не гарантирует хорошего понимания предмета. Для усвоения материала требуется большая самостоятельная работа по теоретическим вопросам и решению задач. Знать, помнить определения и формулировки теорем, конечно, необходимо, но это ещё не значит полностью понимать материал. Не следует заучивать математические факты так, как учат, например, стихи. Надо выработать в себе привычку осмысливать их, обдумывать, анализировать. Так, "чистое" знание определения без умения его применять в несложной ситуации должно быть оценено неудовлетворительно.

Особо следует сказать о необходимости и пользе изучения математических доказательств. Не секрет, что сейчас доказательство изживается из школьной математики. Однако именно доказательства, а не формулировки результатов, составляют суть математики. Именно доказательный стиль мышления выделяет математика из представителей многих других профессий и именно доказательства наиболее значительны для повышения степени математизации мышления. Не следует думать, что, прослушав доказательство на лекции, вы его полностью поняли и усвоили. Попробуйте воспроизвести его дома - как правило, вы встретитесь со значительными трудностями. В этом нет ничего необычного.

По нашему мнению, даже в каждом простом на вид доказательстве закодированы те откровения, находки и открытия, которые были сделаны его автором много лет назад. И хотя они сглажены при изложении на лекции или на страницах учебника, они существуют и требуют осмысления. Каждый скачок в познании, сделанный давным-давно учёным-математиком должен иметь своё отражение в голове изучающего этот предмет много лет спустя. Поэтому математика трудна не только для творчества, но и для изучения. В известном смысле изучение математики само является творчеством, только творчеством для себя. Трудность математического знания имеет и другую сторону: математические истины устойчивы, непеременимы и даже вечны. Это очень привлекательное качество нашей науки.