

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

21 мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория устойчивости линейных систем**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 12 апреля 2024 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2024 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины «Теория устойчивости линейных систем» — дать студентам представление о применении методов теории устойчивости к исследованию конкретных прикладных задач.

Задачами курса являются:

- познакомить студентов с физическими задачами, в математических моделях которых используется теория устойчивости;
- познакомить студентов с основными понятиями теории устойчивости;
- научить студентов методам исследования устойчивости линейных систем;
- познакомить с критериями устойчивости линейных систем с постоянными коэффициентами;
- дать представление о критериях устойчивости периодических систем;
- научить студентов исследовать устойчивость линейных систем с близкими к постоянным периодическими и квазипериодическими коэффициентами.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины «Теория устойчивости линейных систем», используются студентами в процессе изучения специальных дисциплин, а также в ходе выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.	<b>И-ПК-2.1</b> Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов.	<b>Знать:</b> - основные понятия и результаты теории устойчивости линейных систем. <b>Уметь:</b> - применять понятия, результаты и методы теории устойчивости в других разделах математики. <b>Владеть навыками:</b> - систематического и результативного применения аппарата теории устойчивости линейных систем.
	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных	<b>Знать:</b> - методы решения важнейших задач теории устойчивости линейных систем. <b>Уметь:</b> - реализовывать основные способы и

	задач.	алгоритмы решения задач теории устойчивости линейных систем. <b>Владеть навыками:</b> - применения компьютера для решения задач теории устойчивости линейных систем.
--	--------	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы, **72** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
			Контактная работа					самостоятельная работа		
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания			
1.	Основные понятия теории устойчивости динамических систем. Линейные динамические системы. Однородные и неоднородные линейные динамические системы. Устойчивость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.	8	1	4			1		3	
2.	Критерий Гурвица.	8	1	4					3	
3.	Критерий Михайлова.	8	1	4			1		3	
4.	Устойчивость линейных систем с периодическими коэффициентами. Теория Флоке–Ляпунова. Мультипликаторы. Критерии устойчивости.	8	1	4					3	
5.	Устойчивость линейных систем с близкими к постоянным периодическими коэффициентами. Структура решений из критического подпространства.	8	1	4			1		3	
6.	Явление параметрического резонанса в линейных периодических системах.	8	1	4					3	
7.	Устойчивость линейных систем с близкими к постоянным квазипериодическими	8	1	4					3	

	коэффициентами.								
8.	Явление параметрического резонанса в линейных квазипериодических системах.	8	1	4		1		3	
							0,3	3,7	зачёт
	ИТОГО		8	32		4	0,3	27,7	

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## 6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- Network 15 Mathematica 11 Increment Standard Bundled List Price with Service;
- Network 15 Mathematica 11 Upgrade L3549-7407;
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

## 7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

- В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:
- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» [http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
  - Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>

- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»:  
<https://www.studentlibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости. СПб.: Лань, 2023. <https://reader.lanbook.com/book/323612>

### **б) дополнительная литература**

1. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. Гостехиздат. 1950.
2. Кубышкин Е.П. Методы комплексного анализа в решении прикладных задач: Учебное пособие / Яросл. гос. ун-т. Ярославль, 2014.

### **в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Математические журналы базы Scopus.
2. Математические журналы базы Mathnet.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор(ы):**

профессор кафедры математического моделирования,  
д.ф.-м.н., профессор  
доцент кафедры математического моделирования,  
к.ф.-м.н.

Е.П. Кубышкин

А.В. Секацкая

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория устойчивости линейных систем»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

**Список вопросов для подготовки к зачёту**

1. Основные понятия теории устойчивости динамических систем. Линейные динамические системы. Однородные и неоднородные линейные динамические системы.
2. Устойчивость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
3. Критерий Гурвица.
4. Критерий Михайлова.
5. Устойчивость линейных систем с периодическими коэффициентами. Теория Флоке-Ляпунова.
6. Мультипликаторы. Критерии устойчивости периодических систем.
7. Устойчивость линейных систем с близкими к постоянным периодическими.
8. Явление параметрического резонанса в линейных периодических системах.
9. Структура решений из критического подпространства.
10. Устойчивость линейных систем с близкими к постоянным квазипериодическими.
11. Явление параметрического резонанса в линейных квазипериодических системах.

**Задания на зачёт**

1. Определить области асимптотической устойчивости решений системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + \alpha \cdot x \\ \dot{y} = \beta \cdot x - y + \alpha \cdot z \\ \dot{z} = \beta \cdot y - z, \end{cases}$$

где вещественные числа  $\alpha, \beta > 0$ .

2. Исследовать устойчивость решений уравнения:

$$\ddot{x} + 3\varepsilon \dot{x} + [1 + \varepsilon(\sin(2t) + 3\cos(4t) + 5\sin(6t))]x = 0.$$

## Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Теория устойчивости линейных систем»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Автор считает целесообразным изложить некоторые свои соображения по вопросам, связанным с изучением данной дисциплины, других дисциплин и обучением на математическом факультете вообще.

Итак, Вы выбрали для Вашего образования математический факультет классического университета. Какие условия необходимы для овладения профессией математика? По мнению автора, таких условий пять:

- твёрдый характер;
- критическое отношение к себе;
- способность заниматься математикой и желание это делать;
- регулярные занятия математикой;
- хорошее здоровье.

Очень часто не все эти элементы имеются в наличии; в этом случае начинать нужно с работы по тем позициям, где Вы сами видите свои недостатки. Однако даже в случае, когда эти условия соблюдены, в обучении студента могут присутствовать определённые трудности.

Одна из главных заключается в том, что студенты часто неправильно отвечают для себя на вопрос, в чём заключается понимание в математике, каков их уровень понимания, какова степень математизации их мышления. Дело в том, что даже регулярное посещение лекций и практических занятий не гарантирует хорошего понимания предмета. Для усвоения материала требуется большая самостоятельная работа по теоретическим вопросам и решению задач. Знать, помнить определения и формулировки теорем, конечно, необходимо, но это ещё не значит полностью понимать материал. Не следует заучивать математические факты так, как учат, например, стихи. Надо выработать в себе привычку осмысливать их, обдумывать, анализировать. Так, «чистое» знание определения без умения его применять в несложной ситуации должно быть оценено неудовлетворительно.

Особо следует сказать о необходимости и пользе изучения математических доказательств. Не секрет, что сейчас доказательство изживается из школьной математики. Однако именно доказательства, а не формулировки результатов, составляют суть математики. Именно доказательный стиль мышления выделяет математика из представителей многих других профессий и именно доказательства наиболее значительны для повышения степени математизации мышления. Не следует думать, что, прослушав доказательство на лекции, вы его полностью поняли и усвоили. Попробуйте воспроизвести его дома — как правило, Вы встретитесь со значительными трудностями. В этом нет ничего необычного.

По нашему мнению, даже в каждом простом на вид доказательстве закодированы те откровения, находки и открытия, которые были сделаны его автором много лет назад. И хотя они сглажены при изложении на лекции или на страницах учебника, они существуют и требуют осмысления. Каждый скачок в познании, сделанный давным-давно учёным-математиком должен иметь своё отражение в голове изучающего этот предмет много лет спустя. Поэтому математика трудна не только для творчества, но и для изучения. В известном смысле изучение математики само является творчеством, только творчеством для себя. Трудность математического знания имеет и другую сторону: математические истины устойчивы, непеременимы и даже вечны. Это очень привлекательное качество нашей науки.