

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Алгебраические структуры**

Направление подготовки (специальности)  
10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль)  
«Математические методы защиты информации»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 18 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Алгебраические структуры» является ознакомление студентов с подходом, основными понятиями, результатами и методами доказательств в современной абстрактной алгебре на примере теории полугрупп, групп, колец, полей и модулей.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебраические структуры» относится к вариативной части образовательной программы и является дисциплиной по выбору. Она продолжает и базируется на знаниях, полученных студентами в ходе освоения дисциплин «Алгебра», «Линейная алгебра», «Избранные вопросы алгебры», «Алгебраическая алгоритмика».

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>	
<b>ОПК-2</b> Обладает способностью корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов	<b>Уметь:</b> - распознавать структуры алгебры в различных ситуациях. <b>Владеть навыками:</b> - вычислений в конечных полях, матричных кольцах, группах подстановок, группах и алгебрах, заданных образующими и соотношениями, формулирования задач.
<b>Профессиональные компетенции</b>	
<b>ПК-2</b> Обладает способностью участвовать в теоретических и экспериментальных научно-исследовательских работах по оценке защищенности информации в компьютерных системах, составлять научные отчеты, обзоры по результатам выполнения исследований	<b>Знать:</b> - основные понятия и результаты теории групп, колец, модулей и алгебр. <b>Уметь:</b> - корректно применять алгебраические результаты в конкретной ситуации.

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Полугруппы и моноиды	7	4	4		2		5	Задания для самостоятельной работы
2.	Группы	7	10	10		2		9	
3.	Представления групп	7	4	4		3		10	Контрольная работа 1
							0,3	4,7	зачет
	Всего за 7 семестр 72 акад. часа		18	18		7	0,3	28,7	
4.	Кольца и поля	8	8	10				2	Контрольная работа 2
5.	Модули и алгебры	8	8	6				2	
						2	0,5	33,5	экзамен
	Всего за 8 семестр 72 акад. часа		16	16		2	0,5	37,5	
	Всего		34	34		9	0,8	66,2	

#### Содержание разделов дисциплины:

**1. Полугруппы и моноиды.** Множества, операции, арности. Полугруппы и моноиды. Определения, примеры. Гомоморфизмы и изоморфизмы полугрупп и моноидов. Свободные полугруппы и моноиды. Обобщенная ассоциативность в полугруппе. Операции над степенями элемента полугруппы. Конгруэнции в полугруппе. Теорема о гомоморфизме для полугрупп. Обратимые элементы и их основные свойства. Подполугруппы и подмоноиды. Задание полугрупп и моноидов образующими элементами и определяющими соотношениями. Проблемы равенства и изоморфизма для конечно определенных полугрупп и моноидов.

**2. Группы.** Свободные группы. Проблема изоморфизма для групп (проблема Дэна). Алгоритмические проблемы для конечно определенных групп. Задание группы образующими и определяющими соотношениями. Преобразования Титце. Подгруппа, порожденная подмножеством элементов группы. Образующие элементы подгруппы. Нормальное замыкание подмножества в группе. Теорема о гомоморфизме и две теоремы об изоморфизмах для групп. Сопряженные элементы. Разложение группы на классы сопряженных элементов. Нормализатор подмножества. Центр группы. Теоремы Силова. Строение конечных и конечно порожденных абелевых групп.

**3. Представления групп.** Подпредставления, факторпредставления. Неприводимые, приводимые и вполне приводимые представления. Теорема Машке. Лемма Шура. Характеры линейных представлений. Соотношения ортогональности для характеров и

разложение представления на неприводимые с их помощью. Групповая алгебра. Неприводимые представления конечных групп и их число. Одномерные комплексные представления конечной группы.

**4. Кольца и поля.** Основные классы колец. Примеры колец. Кольца  $Z[\sqrt{d}]$ . Группа обратимых элементов кольца. Кольца вычетов и обратимые элементы в них. Матричные кольца и обратимые элементы в них. Обратимые элементы в кольце формальных степенных рядов от одной переменной над произвольным коммутативным кольцом с единицей. Сумма и пересечение подколец и идеалов. Идеал, порожденный подмножеством. Прямые суммы колец и идеалов. Поля и тела, их простейшие свойства. Тело кватернионов. Поля вычетов. Поле частных целостного кольца. Поле рациональных дробей. Правильные и простейшие рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших. Поле  $K((x))$  формальных рядов Лорана от одной переменной. Поле частных кольца  $K[[x]]$ . Подполя. Простое подполе и его связь с характеристикой поля. Гомоморфизм и изоморфизм полей. Изоморфизм  $C \cong R[x]/(x^2 + 1)$ . Расширения полей. Типы расширений: конечные, алгебраические, трансцендентные, конечно порожденные, простые. Теоремы о башнях для конечных и алгебраических расширений. Описание и изоморфизм простых расширений поля. Вид элементов конечного расширения поля, вычисления в конечном расширении. Символическое присоединение. Построение поля разложения многочлена. Изоморфизм полей разложения многочлена. Алгебраически замкнутые поля. Алгебраическое замыкание поля. Поля Галуа: их существование и единственность. Подполя конечного поля. Цикличность мультипликативной группы конечного поля. Цикличность мультипликативной группы кольца вычетов по модулю  $p^n$ . Автоморфизмы конечных полей.

**5. Модули и алгебры.** Подмодули, фактормодули, гомоморфизмы модулей. Прямые произведения и прямые суммы модулей. Образующие модуля. Циклические подмодули и модули. Свободные модули. Базис и размерность свободного модуля. Гомоморфизмы свободных модулей. Условия конечности для модулей. Конечная порожденность и конечная представимость. Нетеровы и артиновы модули и кольца. Теорема Гильберта о базисе. Эквивалентность бесконечных систем уравнений своим конечным подсистемам. Теорема Гильберта о нулях. Конечномерные алгебры с делением. Теорема Фробениуса.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультация** – групповое занятие, посвященное обсуждению фрагментов теории и задач для самостоятельной работы, вызвавших затруднения у студентов.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используется:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>

- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>

- Электронная библиотечная система «Консультант студента»

<https://www.studentlibrary.ru>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру: учебник для вузов.: в 3 ч. Часть 1. - М.: МЦНМО, 2020. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN5922101676.html>

2. Кострикин А. И. Введение в алгебру: учебник для вузов.: в 3 ч. Часть 3. - М.: МЦНМО, 2004. <https://djvu.online/file/sJxPy5ql9dVbj?ysclid=lreyygz6wy806694919>

3. Тимофеева Н. В. Алгебраические структуры: учебное пособие.: Часть 1. - Ярославль: ЯрГУ, 2021 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20210203.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Зуланке Р. Алгебра и геометрия: учебник для вузов: в 3 т.. Т. 1, Введение. - М.: МЦНМО, 2004.

2. Зуланке Р. Алгебра и геометрия: учебник для вузов: в 3 т.. Т. 2, Модули и алгебры. - М.: МЦНМО, 2008.

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине, включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Автор:

профессор кафедры АМЛ, д.ф.-м.н.

Тимофеева Н.В.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Алгебраические структуры»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Типовые задачи для самостоятельной работы**

- Перечислить все классы изоморфизма абелевых групп порядка 200
- Перечислить все гомоморфизмы симметрической группы на  $n$  элементах в группу порядка 2
- Найти все подгруппы в группе классов вычетов данного порядка
- Перечислить все образующие в группе классов вычетов данного порядка
- Перечислить все гомоморфизмы группы в группу (группы берутся из класса: группы классов вычетов и их конечные прямые произведения)
- Выяснить, изоморфны ли две данные конечные группы (задача подразумевает сравнение порядков элементов)
- Построить отношение эквивалентности в кольце целых чисел, не согласованное с операцией сложения
- Перечислите все гомоморфизмы кольца  $Z_{12}$  в  $Z_2 \oplus Z_3$
- Докажите, что ядро гомоморфизма коммутативного кольца с единицей на поле является максимальным идеалом, а факторкольцо коммутативного кольца с единицей по максимальному идеалу является полем.
- Найдите центр матричной алгебры над полем (любым доступным вам способом).
- Найдите следующие степени расширений:  $[Q(\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}) : Q]$  и  $[Q(\sqrt{6}) : Q(\sqrt{2})]$ .
- Опишите все подгруппы в группе  $Z_{12}$  и все подкольца в одноименном кольце.
- Найдите все эндоморфизмы и автоморфизмы аддитивной группы  $Z_6$
- Найдите группу всех обратимых элементов кольца классов вычетов  $Z_{12}$ . Является ли она циклической?
- Перечислите все гомоморфизмы кольца  $Z_{12}$  в  $Z_2 \oplus Z_3$
- Изоморфны ли группы  $Z_{10} \times Z_{12}$  и  $Z_6 \times Z_{20}$ ? Обоснуйте ответ.
- Перечислите все гомоморфизмы кольца  $Z_8$  в  $Z_4 \oplus Z_3$

**Вариант контрольной работы № 1 (ОПК-2)**

1. Найдите все эндоморфизмы и автоморфизмы аддитивной группы  $Z_6$
2. Доказать, что факторгруппа группы ненулевых комплексных чисел по подгруппе ненулевых вещественных чисел изоморфна группе вращений евклидовой плоскости
3. Перечислите все классы неизоморфных между собой абелевых групп порядка 300.

**Вариант контрольной работы № 2 (ОПК-2)**

1. Найдите следующие степени расширений:  $[Q(\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}) : Q]$  и  $[Q(\sqrt{6}) : Q(\sqrt{2})]$ .
2. Опишите все подгруппы в группе  $Z_{12}$  и все подкольца в одноименном кольце.
3. Найдите группу всех обратимых элементов кольца классов вычетов  $Z_{12}$ . Является ли она циклической?

Оценивание контрольной работы проводится по шкале, изложенной в таблице п. 3.2.

## 2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Зачет выставляется по результатам контрольной работы № 1 и собеседования по теории.

### Круг вопросов для собеседования к зачету (ПК-2)

Множества, операции, аргументы. Полугруппы и моноиды. Определения, примеры. Гомоморфизмы и изоморфизмы полугрупп и моноидов. Свободные полугруппы и моноиды. Обобщенная ассоциативность в полугруппе. Операции над степенями элемента полугруппы. Конгруэнции в полугруппе. Теорема о гомоморфизме для полугрупп. Обратимые элементы и их основные свойства. Подполугруппы и подмоноиды. Задание полугрупп и моноидов образующими элементами и определяющими соотношениями. Проблемы равенства и изоморфизма для конечно определенных полугрупп и моноидов.

Группы. Примеры абелевых и неабелевых групп. Таблица Кэли группы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп: определения, примеры, основные свойства. Свободные группы. Проблема изоморфизма для групп (проблема Дэна). Алгоритмические проблемы для конечно определенных групп.

Задание группы образующими и определяющими соотношениями. Преобразования Титце. Подгруппы, пересечение подгрупп. Примеры подгрупп. Вложимость конечной группы в подходящую симметрическую группу. Подгруппа, порожденная подмножеством элементов группы. Образующие элементы подгруппы. Смежные классы, теорема Лагранжа. Нормальная подгруппа. Факторгруппа. Нормальное замыкание подмножества в группе. Ядро и образ гомоморфизма групп. Теорема о гомоморфизме. Две теоремы об изоморфизмах для групп.

Сопряженные элементы. Разложение группы на классы сопряженных элементов. Нормализатор подмножества. Центр группы.

Действие группы на множестве. Орбита и стабилизатор точки. Теорема об орбите и стабилизаторе (лемма Бернсайда). Действия группы на себе сдвигами и сопряжениями.

Первая теорема Силова.

Вторая теорема Силова.

Третья теорема Силова.

Строение конечных и конечно порожденных абелевых групп.

Представления групп. Групповые алгебры. Алгебра кватернионов. Подпредставления, факторпредставления. Неприводимые, приводимые и вполне приводимые представления. Теорема Машке. Лемма Шура. Характеристики линейных представлений. Соотношения ортогональности для характеров и разложение представления на неприводимые с их помощью. Неприводимые представления конечных групп и их число. Одномерные комплексные представления конечной группы.

Экзамен проводится по билетам; в каждом билете 2 вопроса. Студенту могут быть заданы дополнительные вопросы в рамках вопросов билета или программы, с целью выявить уровень понимания материала, и/или негромоздкая задача.

### Список вопросов экзамена (ПК-2)



1. Кольца. Основные классы колец. Примеры колец. Кольцо целых чисел, полиномиальные кольца, кольцо формальных степенных рядов. Кольцо целых гауссовых чисел и кольца  $Z[\sqrt{d}]$ .
2. Группа обратимых элементов кольца. Кольца вычетов и обратимые элементы в них. Матричные кольца и обратимые элементы в них. Обратимые элементы в кольце формальных степенных рядов от одной переменной над произвольным коммутативным кольцом с единицей.
3. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Подкольца, идеалы и факторкольца. Делители нуля и области целостности. Теорема о гомоморфизме для колец.
4. Главные идеалы. Кольца главных идеалов. Примеры колец, в которых не все идеалы главные.
5. Сумма и пересечение подколец и идеалов. Идеал, порожденный подмножеством.
6. Прямые суммы колец и идеалов. Разложение кольца вычетов в прямую сумму примарных колец.
7. Поле частных целостного кольца. Поле рациональных дробей. Правильные и простейшие рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших.
8. Теория делимости в областях целостности. Обратимые, неразложимые и простые элементы в целостном кольце.
9. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца.
10. Факториальные кольца.
11. Поля и тела, их простейшие свойства. Тело кватернионов. Поля вычетов.
12. Подполя. Простое подполе и его связь с характеристикой поля.
13. Гомоморфизм и изоморфизм полей. Изоморфизм  $C \cong R[x]/(x^2 + 1)$ .
14. Расширения полей. Типы расширений: конечные, алгебраические, трансцендентные, конечно порожденные, простые.
15. Теоремы о башнях для конечных и алгебраических расширений.
16. Символическое присоединение. Вид элементов конечного расширения поля, вычисления в конечном расширении.
17. Алгебраически замкнутые поля. Алгебраическое замыкание поля.
18. Поля Галуа: их существование и единственность. Подполя конечного поля. Цикличность мультипликативной группы конечного поля. Цикличность мультипликативной группы кольца вычетов по модулю  $p^n$ .
19. Конечномерные вещественные алгебры с делением. Теорема Фробениуса.
20. Модули, подмодули, фактормодули, гомоморфизмы модулей.
21. Прямые произведения и прямые суммы модулей. Образующие модуля. Соотношения. Циклические подмодули и модули.
22. Свободные модули. Базис и размерность свободного модуля. Гомоморфизмы свободных модулей.
23. Условия конечности для модулей. Нетеровы и артиновы модули и кольца.
24. Теорема Гильберта о базисе. Эквивалентность бесконечных систем уравнений своим конечным подсистемам. Теорема Гильберта о нулях.

### Задания для самопроверки при подготовке к промежуточной аттестации

#### 1 семестр

1. Изоморфны ли группы  $Z_{10} \times Z_{12}$  и  $Z_6 \times Z_{20}$ ? Обоснуйте ответ.
2. Найдите группу всех обратимых элементов кольца классов вычетов  $Z_{12}$ . Является ли она циклической?
3. Являются ли группами следующие множества: А) целые числа по сложению, Б) целые числа по умножению, В) невырожденные вещественные матрицы по умножению?

4. Перечислите все подгруппы группы  $Z_6$ .
5. Перечислите все нормальные подгруппы группы перестановок трех элементов.

### 2 семестр

6. Найдите степень поля комплексных чисел как расширения поля вещественных чисел.
7. Укажите размерность и базис алгебры кватернионов как вещественной алгебры.
8. Найдите все обратимые элементы кольца целых гауссовых чисел  $Z[i]$ .
9. Укажите характеристики следующих колец: А)  $Z$  (кольцо целых чисел) Б)  $GF(256)$  В)  $Z_5$ .
10. Найдите НОД  $(16 + i, 3 - 2i)$  в кольце целых гауссовых чисел  $Z[i]$ .

Ответы: 1. Да; обе группы изоморфны  $Z_2 \times Z_4 \times Z_3 \times Z_5$ ; 2.  $\{1,5,7,11\}$  нециклическая; 3. А) Да, Б) нет, В) да; 4.  $\{0\}$ ,  $\{0,2,4\}$ ,  $\{0,3\}$ ,  $\{0,1,2,3,4,5\}$ ; 5)  $\{(1)\}$ ,  $\langle(123)\rangle$ , вся группа; 6. 2; 7. 4, базис состоит из  $1, i, j, k$ ; 8)  $1, -1, i, -i$ ; 9) А) 0, Б) 2, В) 5; 10)  $i$ .

Каждой задаче присвоено 3 балла. В задачах с пунктами А), Б), В) правильный ответ по каждому пункту дает 1 балл. В задаче 1 результат -1 балл, результат с обоснованием -3 балла. В задаче 2 перечисление обратимых элементов – 1 балл, цикличность – 2 балла. В задачах 4 и 5 полный список – 3 балла, часть списка – 1 балл. В задаче 7 размерность – 1 балл, указание базиса – 2 балла, размерность и базис – 3 балла. В задаче 8 полный список – 3 балла, часть списка – 1 балл. В задаче 10 частичная реализация алгоритма Евклида – 1 балл, полная реализация с ошибкой в вычислении – 2 балла, верная реализация – 3 балла. По семестрам: «Удовлетворительно» (= «Зачтено») – 8-10 баллов, «Хорошо» – 11-13 баллов, «Отлично» – 14-15 баллов.

Полностью: «Удовлетворительно» – 15-20 баллов, «Хорошо» – 21-26 баллов, «Отлично» – 27- 30 баллов.

### 3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### 3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;

- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

#### **Продвинутый уровень (общие характеристики):**

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

#### **Высокий уровень (общие характеристики):**

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, проявившему на мероприятии промежуточной аттестации знания, умения и навыки, соответствующие уровню, не ниже чем на пороговом уровне:

- знает основные понятия и результаты;
- может грамотно сформулировать основные понятия и результаты;
- применяет определения и основные результаты в простейших ситуациях;
- выполняет простейшие вычисления.

При этом студент может делать ошибки, но исправляет их после дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, проявившему на мероприятии промежуточной аттестации знания, умения и навыки, соответствующие уровню, ниже чем на пороговом уровне:

- затрудняется в формулировке основных определений и/или результатов;
- не может применить основные определения и результаты в простейших ситуациях;
- не может выполнить простейших вычислений.

Оценка «не зачтено» выставляется также студенту, получившему на зачете задание, но отказавшемуся отвечать.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, проявившему на мероприятии промежуточной аттестации знания, умения и навыки, соответствующие уровню ниже порогового, или получившему задание, но отказавшемуся отвечать.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, проявившему на мероприятии промежуточной аттестации знания, умения и навыки, соответствующие уровню, не ниже чем на пороговом уровне:

- знает и формулирует основные понятия и результаты;
- применяет определения и основные результаты в простейших ситуациях;
- выполняет простейшие вычисления.

При этом студент может делать ошибки, но исправляет их после дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, проявившему на мероприятии промежуточной аттестации знания, умения и навыки, соответствующие уровню не ниже продвинутого:

- знает и корректно формулирует основные понятия и результаты;
- дает адекватное описание методов и подходов к доказательству/решению;
- применяет определения и свойства в несложных ситуациях;
- демонстрирует навыки вычислений в алгебраических структурах.

Оценка «Отлично» выставляется студенту, проявившему на мероприятии промежуточной аттестации знания, умения и навыки на высоком уровне:

- знает и логически безупречно формулирует основные понятия и результаты об алгебраических структурах, имеет представление о некоторых их специальных классах;
- приводит математически правильное и математически грамотно изложенное доказательство;
- применяет определения и свойства алгебраических структур в ситуациях, допускающих комбинирование;
- уверенно проводит вычисления в конкретных алгебраических структурах в пределах РПД.

Показатели	Критерии	Баллы (максимум)
Ответы по вопросам билета	- Раскрываются наиболее значимые факты, научные положения,	2
	- Утверждения (суждения) доказаны	2
Ответы на дополнительные вопросы/решения задач	- Раскрываются наиболее значимые факты, научные положения/получен результат	2
	- Утверждения (суждения) доказаны	2

Шкала оценивания: 0 баллов – полное отсутствие критерия; 1 балл – частичное выполнение критерия; 2 балла – полное выполнение критерия

Оценка проставляется по количеству набранных баллов:

менее 60% от максимально возможного количества баллов - неудовлетворительно,

60-75% от максимально возможного количества баллов - удовлетворительно,

76-85% от максимально возможного количества баллов - хорошо,

86-100% от максимально возможного количества баллов – отлично.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Алгебраические структуры»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Алгебраические структуры» являются лекции. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным математическим задачам и отработка навыков работы с понятийным аппаратом абстрактной алгебры.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и в процессе самоподготовки. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины материала, законспектированный на лекциях, необходимо еще раз изучить и при необходимости дополнять информацией, полученной на практических занятиях, из учебной литературы или задав вопросы преподавателю. Выделение трудных мест, формулировка вопросов, вызывающих затруднение или исследовательскую любознательность, является неотъемлемой частью изучения математики.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. Методологической особенностью абстрактно-математических курсов является невозможность построить, описать и предоставить алгоритмы для большинства выполняемых действий. Научиться эффективно работать в такой ситуации можно лишь набором опыта решения задач различного уровня и разной направленности: как на поиск доказательства достаточно общих утверждений, так и на изучение конкретных математических, в частности, алгебраических, объектов.

Для контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических умений и навыков проводится контрольная работа. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце 7 семестра студенты сдают зачет, в конце 8 семестра -- экзамен. Экзаменационное задание состоит из экзаменационного билета, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса; студент получает билет путем случайного выбора. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.