

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

21 мая 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Разностные уравнения

Направление подготовки (специальности)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 19 апреля 2024 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 3 мая 2024 г.

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Разностные уравнения" обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию культуры аналитических вычислений в рамках цикла аналитических дисциплин. Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с идеями и методами теории разностных уравнений.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Дисциплина "Разностные уравнения" входит в цикл дисциплин, которые обеспечивают овладение аналитическими и численными методами, необходимыми для подготовки специалиста-математика. Она основывается на знаниях полученных слушателями при изучении дисциплин "Математический анализ", "Алгебра". Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины "Разностные уравнения", используются при изучении общепрофессиональных дисциплин, а также ряда специальных дисциплин.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-2 Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	И-ПК-2.2 Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	Знать: <ul style="list-style-type: none">- основные типы разностных уравнений,- общие свойства решений,- основные приемы решения линейных разностных уравнений и систем,- определения и теоремы об устойчивости решений,- одномерные отображения. Уметь: <ul style="list-style-type: none">- решать линейные однородные и неоднородные разностные уравнения,- решать линейные однородные и неоднородные системы разностных уравнений,- применять Z- преобразования для решений разностных уравнений,- исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия системы разностных уравнений,- находить состояния равновесия одномерных отображений и исследовать их на устойчивость.

		Владеть: основными навыками решений разностных уравнений.
--	--	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетные единицы, **144** часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационны е испытания		
1	Основные понятия. Линейные и нелинейные уравнения	8	3	6				7	фронтальный опрос
2	Линейные однородные и неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами	8	3	6		1		7	Контрольная работа №1
3	Устойчивость. Основные понятия и теоремы	8	2	4		1		8	фронтальный опрос
4	Z- преобразования. Его применения для решения разностных уравнений	8	2	4		1		8	Контрольная работа №2
5	Одномерные отображения. Локальные бифуркации	8	2	4		1		8	Контрольная работа №3
6	Показатели Ляпунова для одномерных отображений	8	2	4		1		8	Контрольная работа №4
7	Двумерные отображения	8	2	4		1		8	фронтальный опрос
						2	0,5	33,5	Экзамен
	ИТОГО		16	32		8	0,5	87,5	

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- Математические программы: Matlab, Matcad, Mathematica.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»
<https://www.studentlibrary.ru>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Бахвалов Н. С. Численные методы. - М.: Лаборатория знания, 2020
<https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785001018360.html> .
2. Биргкан С. Е., Брюханов Ю. А. Разностные уравнения: учеб. пособие - Ярославль: ЯрГУ, 1994.
3. Романко В. К. Курс разностных уравнений - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012.
<https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785922113878.html>

б) дополнительная литература:

1. Бурд В. Ш. Введение в динамику одномерных отображений. уч. пособие – Ярославль: ЯрГУ, 2006 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20060201.pdf>

2. Мартынюк Д. И. Лекции по качественной теории разностных уравнений. - Киев: Наукова думка, 1972.
3. Дородницын В. А. Групповые свойства разностных уравнений - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2001. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN5922101714.html>
4. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. - М.: Наука, 1971.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

доцент кафедры
дифференциальных уравнений

А.Н. Куликов

зав. кафедрой дифференциальных уравнений
доктор физ.-мат. наук, профессор

Е.И. Бережной

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Разностные уравнения»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

Текущий контроль осуществляется в течение семестра в виде контрольных работ и устных опросов в процессе проведения практических занятий.

Примерные контрольные работы

Контрольная 1

1. Решить линейное однородное уравнение:

$$y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n = 0, \quad y_0 = 4, \quad y_1 = 5$$

2. Решить линейное неоднородное уравнение:

$$y_{n+3} - 3y_{n+2} + 3y_{n+1} - y_n = 1, \quad y_0 = y_1 = y_2 = 0.$$

3. Решить линейное однородное уравнение:

$$y_{n+2} - 6y_{n+1} + 5y_n = 0, \quad y_0 = 0, \quad y_1 = 1$$

4. Решить линейное неоднородное уравнение:

$$y_{n+3} - 3y_{n+2} + 3y_{n+1} - y_n = n, \quad y_0 = y_1 = y_2 = 0.$$

5. Решить линейное однородное уравнение:

$$y_{n+2} + 3y_{n+1} + 2y_n = 0, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 0$$

6. Решить линейное неоднородное уравнение:

$$y_{n+2} + 2y_{n+1} + 2y_n = 2^n, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 0.$$

7. Решить линейное однородное уравнение:

$$y_{n+3} - y_n = 0, \quad y_0 = y_1 = 0, \quad y_2 = 1$$

8. Решить линейное неоднородное уравнение:

$$y_{n+2} + 2y_{n+1} + 5y_n = 12n + 1, \quad y_0 = y_1 = 1.$$

9. Решить линейное однородное уравнение:

$$y_{n+2} - y_{n+1} - y_n = 0, \quad y_0 = 0, \quad y_1 = 1$$

10. Решить линейное неоднородное уравнение:

$$y_{n+2} - 2y_{n+1} + 2y_n = 3^n, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 0.$$

11. Решить линейное однородное уравнение:

$$y_{n+4} + y_n = 0, \quad y_0 = y_1 = y_2 = 0, \quad y_3 = 1$$

12. Решить линейное неоднородное уравнение:

$$y_{n+2} - 2y_{n+1} + 5y_n = 3n + 2, \quad y_0 = y_1 = -1.$$

Контрольная 2

1. Решить линейную неоднородную систему:

$$x(n+1) = Ax(n) + f(n), \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad f(n) = 2^n \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. Исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия:

$$x(n+1) = Ax(n), \quad A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3. Найти состояние равновесия и исследовать их устойчивость: $x_{n+1} = f(x_n)$:

$$f(x_n) = -\frac{1}{2}x_n - x_n^2$$

6. Решить линейную неоднородную систему:

$$x(n+1) = Ax(n) + f(n), \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \quad f(n) = \cos \frac{\pi}{2}n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. Исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия:

$$x(n+1) = Ax(n), \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{4} \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Найти состояние равновесия и исследовать их устойчивость: $x_{n+1} = f(x_n)$:

$$f(x_n) = \frac{3}{4}x_n - x_n^3$$

9. Решить линейную неоднородную систему:

$$x(n+1) = Ax(n) + f(n), \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad f(n) = \sin \frac{\pi}{2}n \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

10. Исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия:

$$x(n+1) = Ax(n), \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

11. Найти состояние равновесия и исследовать их устойчивость: $x_{n+1} = f(x_n)$:

$$f(x_n) = 2 + 2x_n - x_n^2$$

12. Решить линейную неоднородную систему:

$$x(n+1) = Ax(n) + f(n), \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad f(n) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}n + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

13. Исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия:

$$x(n+1) = Ax(n), \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

14. Найти состояние равновесия и исследовать их устойчивость: $x_{n+1} = f(x_n)$:

$$f(x_n) = \frac{1}{2}x_n - x_n^4$$

15. Решить линейную неоднородную систему:

$$x(n+1) = Ax(n) + f(n), \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad f(n) = 3^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

16. Исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия:

$$x(n+1) = Ax(n), \quad A = \begin{pmatrix} -3 & -8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

17. Найти состояние равновесия и исследовать их устойчивость: $x_{n+1} = f(x_n)$:

$$f(x_n) = 2 - x_n^2$$

18. Решить линейную неоднородную систему:

$$x(n+1) = Ax(n) + f(n), \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad f(n) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} n + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

19. Исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия:

$$x(n+1) = Ax(n), \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

20. Найти состояние равновесия и исследовать их устойчивость: $x_{n+1} = f(x_n)$:

$$f(x_n) = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)x_n - x_n \operatorname{arctg} 2x_n$$

3. Правила выставления оценки на экзамене.

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу дается не менее 1 часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом квантовой механики; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию квантовой механики

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствует указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются в терминах квантовой механики, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы