

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

21 мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Математические методы принятия решений**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 24 апреля 2024 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2024 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математические методы принятия решений» являются приложения методов анализа к задачам вычислительной математики.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Для освоения данной дисциплины студенты быть знакомы с основами математического анализа, линейной алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений. Полученные в курсе «Математический анализ» знания необходимы для продолжения обучения в магистратуре по направлению «Прикладная математика». Они могут оказаться полезными и для решения задач, возникающих в экономике.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС, ВО, ОП ВО и приобретение следующих знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности:

| Формируемая компетенция<br>(код и формулировка)   | Индикатор достижения компетенции<br>(код и формулировка)   | Перечень планируемых результатов обучения   |
|---|--|---|
| <b>Профессиональные компетенции</b>   |  |   |
| <b>ПК-2</b><br>Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат   | <b>И-ПК-2.2</b><br>Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач                | <b>Знать:</b><br>- постановки задач вычислительной математики, возникающими как в самой математике, так и в её приложениях к физике, экономике и другим наукам<br><b>Уметь:</b><br>- применять метод последовательных приближений для решения как скалярных, так и векторных уравнений. |
| <b>ПК-3</b><br>Способен к разработке и применению алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения | <b>И-ПК-3.2</b><br>Имеет навыки разработки и реализации алгоритмов в области системного и прикладного программного обеспечения | <b>Владеть навыками:</b><br>- применения средств компьютерной математики для решения уравнений и неравенств   |

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 акад. часов.

| №<br>п/п | Темы (разделы)<br>дисциплины,<br>их содержание                     | Семестр | Виды учебных занятий,<br>включая самостоятельную работу<br>студентов,<br>и их трудоемкость<br>(в академических часах) |              |              |              |                             |      | Формы текущего<br>контроля<br>успеваемости<br><br>Форма<br>промежуточной<br>аттестации<br>(по семестрам) |
|----------|--|---------|---|--------------|--------------|--------------|-----------------------------|------|--|
|          |  |         | Контактная работа   |              |              |              |                             |      |  |
|          |  |         | лекции  | практические | лабораторные | консультации | аттестационные<br>испытания |      |  |
| 1        | Метод последовательных приближений для систем линейных уравнений   | 6       | 2   | 6            |              | 2            |                             | 4    |  |
| 2        | Метод последовательных приближений для систем нелинейных уравнений | 6       | 5   | 10           |              | 2            |                             | 4    | Задания для самостоятельной работы.  |
| 3        | Общие принципы неподвижной точки (теоремы Банаха и Брауэра)        | 6       | 4   | 4            |              | 1            |                             | 4    |  |
| 4        | Разностные уравнения   | 6       | 5   | 12           |              | 1            |                             | 4    | Контрольная работа   |
|          |  |         |   |              |              |              | 0,3                         | 1,7  | зачет  |
|          | Всего  |         | 16  | 32           |              | 6            | 0,3                         | 17,7 |  |

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционно-образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) - последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвящённое освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний. В процессе проведения таких занятий устанавливается тесный контакт преподавателя со студентами.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## 6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и других учебных материалов:

- Network 15 Mathematica 11 Increment Standard Bundled List Price with Service.
- Network 15 Mathematica 11 Upgrade L3549-7407.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» [http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»: <https://www.studentlibrary.ru/>
- Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru/>
- База научных статей Mathnet
- База Scopus
- База Web of Sciences

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) Основная литература**

1. Колбин В. В. Математические методы коллективного принятия решений: учебное пособие — Санкт-Петербург : Лань, 2022. <https://reader.lanbook.com/book/211889>
2. Теория принятия решений в 2 т. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. <https://urait.ru/viewer/teoriya-prinyatiya-resheniy-v-2-t-tom-1-511329>

### **б) дополнительная литература**

1. Бурд В.Ш. Дискретное операторное исчисление и линейные разностные уравнения. Ярославль. 2009 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20090230.pdf>
2. Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей. М.Наука, 1959.
3. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. М. Мир, 1998.
4. Романко В.К. Разностные уравнения. М. Бином. 2020 <https://www.studentlibrary.ru/ru/doc/ISBN9785001017950-SCN0000/000.html>
5. Красносельский М.А., Вайникко Г.М., Забрейко П.П., Рунтцкий Я.Б., Стеценко В.Я. Приближенное решение операторных уравнений. М.Наука, 1969.
6. Ортега Д., Рейнболдт В. Итерационные методы решения систем уравнений со многими неизвестными. М. Мир: 1975
7. Опойцев В.И. Нелинейная системостатика. М.Наука.1986

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

**Автор(ы) :**

Профессор кафедры математического анализа, д.ф-м.н.

Балабаев В.Е.

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Математические методы принятия решений»**

**Фонд оценочных средств  
Для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Задания для самостоятельной работы по теме «Метод итераций для решения систем нелинейных алгебраических уравнений»**

Локализовать и получить методом Ньютона минимальный по модулю ненулевой корень уравнения с точностью 0.0001:

- |   |   |
|---|---|
| 1. $x - \sin x = 0.25;$                   | 13. $x \ln(x + 1) - 0.3 = 0;$           |
| 2. $x^3 = e^x - 1;$                       | 14. $x^2 - \sin 10x = 0;$               |
| 3. $\sqrt{x} - \cos x = 0;$               | 15. $\operatorname{ctg} x = x;$         |
| 4. $x^2 + 1 = \arccos x;$                 | 16. $\operatorname{tg} 3x + 0.4 = x^2;$ |
| 5. $\lg x - \frac{7}{2x + 6} = 0;$        | 17. $x^2 + 1 = \operatorname{tg} x;$    |
| 6. $\operatorname{tg}(0.5x + 0.2) = x^2;$ | 18. $x^2 - 1 = \ln x;$                  |
| 7. $3x - \cos x - 1 = 0;$                 | 19. $0.5^x + 1 = (x - 2)^2;$            |
| 8. $x + \lg x = 0.5;$                     | 20. $(x + 3) \cos x = 1;$               |
| 9. $x^2 = \arcsin(x - 0.2);$              | 21. $x^2 \cos 2x = -1;$                 |
| 10. $x^2 + 4 \sin x = 2;$                 | 22. $\cos(x + 0.3) = x^2;$              |
| 11. $\operatorname{ctg} x - x^2 = 0;$     | 23. $2^x(x - 1)^2 = 2;$                 |
| 12. $\operatorname{tg} x = \cos x - 0.1;$ | 24. $x \ln(x + 1) = 0.5.$               |

## Контрольная работа по теме «Разностные уравнения»

**Задача** Решить линейное однородное разностное уравнение. (Можно подбирать вещественные корни характеристического уравнения, основываясь на известном утверждении, что такие корни являются делителями свободного коэффициента многочлена с целочисленными коэффициентами.)

- 1)  $u(s+4) - 7u(s+3) + 22u(s+2) - 32u(s+1) + 16u(s) = 0.$
- 2)  $u(s+4) - 4u(s+3) + 7u(s+2) - 6u(s+1) + 2u(s) = 0.$
- 3)  $u(s+4) - 7u(s+3) + 13u(s+2) + 3u(s+1) - 18u(s) = 0.$
- 4)  $u(s+4) - 13u(s+3) + 62u(s+2) - 128u(s+1) + 96u(s) = 0.$
- 5)  $u(s+4) - 11u(s+3) + 29u(s+2) + 35u(s+1) - 150u(s) = 0.$
- 6)  $u(s+4) - 9u(s+2) - 4u(s+1) + 12u(s) = 0.$
- 7)  $u(s+4) - 6u(s+3) + 9u(s+2) + 4u(s+1) - 12u(s) = 0.$
- 8)  $u(s+4) - 9u(s+3) + 30u(s+2) - 44u(s+1) + 24u(s) = 0.$
- 9)  $u(s+4) - 6u(s+3) - 7u(s+2) + 96u(s+1) - 144u(s) = 0.$
- 10)  $u(s+4) + u(s+3) - 28u(s+2) - 16u(s+1) + 192u(s) = 0.$
- 11)  $u(s+4) - 6u(s+3) - 17u(s+2) + 150u(s+1) - 200u(s) = 0.$
- 12)  $u(s+4) - u(s+3) - 23u(s+2) - 3u(s+1) + 90u(s) = 0.$
- 13)  $u(s+4) - 9u(s+3) + 21u(s+2) + u(s+1) - 30u(s) = 0.$
- 14)  $u(s+4) - 6u(s+3) - 17u(s+2) + 150u(s+1) + 192u(s) = 0.$
- 15)  $u(s+4) - 7u(s+3) + 5u(s+2) + 31u(s+1) - 30u(s) = 0.$
- 16)  $u(s+4) - 10u(s+3) + 36u(s+2) - 54u(s+1) + 27u(s) = 0.$
- 17)  $u(s+4) - 10u(s+3) - u(s+2) + 250u(s+1) - 600u(s) = 0.$
- 18)  $u(s+4) + 18u(s+3) + 87u(s+2) + 238u(s+1) + 490u(s) = 0.$
- 19)  $u(s+4) - 10u(s+3) + 16u(s+2) + 90u(s+1) - 225u(s) = 0.$
- 20)  $u(s+4) - u(s+3) - 21u(s+2) + 9u(s+1) + 108u(s) = 0.$

**Задача** Решить линейную однородную систему 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\begin{cases} x(t+1) = 2x(t) + y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) + 4y(t). \end{cases}$    | 2) $\begin{cases} x(t+1) = x(t) - y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) - 4y(t). \end{cases}$     |
| 3) $\begin{cases} x(t+1) = x(t) + y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) - 2y(t). \end{cases}$     | 4) $\begin{cases} x(t+1) = x(t) - 3y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) + y(t). \end{cases}$     |
| 5) $\begin{cases} x(t+1) = -x(t) - 5y(t), \\ y(t+1) = x(t) + y(t). \end{cases}$     | 6) $\begin{cases} x(t+1) = x(t) + 2y(t), \\ y(t+1) = -2x(t) + y(t). \end{cases}$    |
| 7) $\begin{cases} x(t+1) = 2x(t) + y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) + 2y(t). \end{cases}$    | 8) $\begin{cases} x(t+1) = -3x(t) + 2y(t), \\ y(t+1) = 4x(t) - y(t). \end{cases}$   |
| 9) $\begin{cases} x(t+1) = -5x(t) + 3y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) + 5y(t). \end{cases}$  | 10) $\begin{cases} x(t+1) = x(t) + 3y(t), \\ y(t+1) = x(t) + 2y(t). \end{cases}$    |
| 11) $\begin{cases} x(t+1) = -x(t) - 3y(t), \\ y(t+1) = -2x(t) + y(t). \end{cases}$  | 12) $\begin{cases} x(t+1) = x(t) + 3y(t), \\ y(t+1) = -3x(t) + y(t). \end{cases}$   |
| 13) $\begin{cases} x(t+1) = 2x(t) + 2y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) + 2y(t). \end{cases}$  | 14) $\begin{cases} x(t+1) = -4x(t) + 2y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) - y(t). \end{cases}$  |
| 15) $\begin{cases} x(t+1) = -5x(t) + 3y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) + 3y(t). \end{cases}$ | 16) $\begin{cases} x(t+1) = x(t) - 3y(t), \\ y(t+1) = 2x(t) + y(t). \end{cases}$    |
| 17) $\begin{cases} x(t+1) = -x(t) - 3y(t), \\ y(t+1) = 3x(t) + 2y(t). \end{cases}$  | 18) $\begin{cases} x(t+1) = -2x(t) - 6y(t), \\ y(t+1) = x(t) + 6y(t). \end{cases}$  |
| 19) $\begin{cases} x(t+1) = -3x(t) + 6y(t), \\ y(t+1) = 5x(t) - 2y(t). \end{cases}$ | 20) $\begin{cases} x(t+1) = -3x(t) + 6y(t), \\ y(t+1) = 2x(t) - 2y(t). \end{cases}$ |

## **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

### **Список вопросов к зачету (6 семестр)**

1. Итерационные методы решения систем линейных уравнений
2. Итерационные методы решения систем линейных уравнений
3. Метод касательных: его достоинства и недостатки.
4. Формулировка и обсуждение принципов неподвижной точки
5. Общие свойства решений линейных разностных уравнений.
6. Решение разностных уравнений с постоянными коэффициентами

### **Правила выставления оценки на экзамене (в устной форме)**

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса и задача. На подготовку к ответу дается 1 астрономический час. По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины, дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, правильно решает задачу.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора. Необходимым условием является хотя бы частичное решение задачи.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом все же демонстрирует некоторые базовые знания по предмету. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не демонстрирует знания базовых понятий и результатов, не в состоянии решить задачу, плохо отвечает на дополнительные вопросы, не владеет понятийным материалом дисциплины. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы. Кроме того, оценка «Неудовлетворительно» может быть выставлена при незнании каких-то базовых понятий и результатов. Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

### **Правила выставления оценки на экзамене (в письменной форме)**

Студенту предлагается индивидуальный вариант заданий, содержащий 4-6 задач. На выполнение и представление заданий дается не менее 3-х часов. При оценивании выполненных заданий может использоваться следующая система оценок за одно задание:

- + (4 балла) – задание выполнено полностью, без ошибок;
- + (3 балла) – задание выполнено с незначительной ошибкой или почти полностью;
- + (2 балла) – задание выполнено с существенной ошибкой или примерно наполовину;
- (1 балл) – лишь какие-то элементы представленного ответа могут быть оценены положительно.



При таком подходе задания считаются примерно равноценными по трудоемкости.

При проверке работы в каждом задании отмечаются недостатки (в форме, доступной студенту), и тем самым объясняется поставленные баллы за задания. Пусть  $k$  – число задач в предложенном варианте (например,  $k=5$ ). Определяется общее число  $M$  баллов, набранных студентом. Оценка зависит от величины отношения  $r = \frac{M}{N}$ , где  $N=4k$  – максимальное возможное число баллов за работу. Возможная градация оценок следующая:

$0.75 \leq r \leq 1$  - оценка «отлично»;

$0.60 \leq r < 0.75$  - оценка «хорошо»;

$0.26 \leq r \leq 0.59$  - оценка «удовлетворительно»;

$0 \leq r \leq 0.25$  - оценка «неудовлетворительно».

Если задания имеют существенно различную трудоемкость (сложность), то их максимальная оценка может быть различной. В этом случае в указанную схему вносятся соответствующие изменения.

За преподавателем имеется право учитывать на экзамене в положительную сторону работу студента в семестре.

### **Требования для получения зачета**

Каждый студент получает индивидуальное задание. Зачет выставляется по результатам собеседования в ходе которого студент сдает задание и отвечает на вопросы.

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Математические методы принятия решений»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основу освоения курса «Топологические методы анализа» составляет сочетание лекций и практических занятий при определённом преобладании второго вида занятий. Если на лекциях излагаются основные теоремы и небольшое число примеров иллюстративного материала, то на практических занятиях решается значительное число задач.

Для успешного освоения дисциплины принципиально важно решение достаточно большого количества упражнений, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического анализа. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного материала. Конспекты лекции необходимо прорабатывать еще раз дома и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются объединением нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных навыков работы с аппаратом экстремальных задач, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ и коллоквиума. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий, которые вызвали затруднения.

В конце 6 семестра студенты сдают зачёт. Основное внимание на зачете уделяется проверке умения студента решать базовые задачи. Теоретический материал рассматривается как сопровождающий практическую часть. Допустимо знание лишь постановки задач, формулировок основных определений и теорем. Во время подготовки к зачету предусмотрена групповая консультация. Освоить самостоятельно дисциплину

«Топологические методы нелинейного анализа. Метод неподвижных точек» большинству студентов достаточно сложно. В первую очередь это связано с тем, что используются понятия и методы смежных математических дисциплин: алгебра и аналитическая геометрия, математический анализ и методы вычислений. Играет роль и неоднородность материала, наличие большого числа приложений и междисциплинарных связей. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий сдать зачет по итогам изучения дисциплины практически невозможно.