

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

21 мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Геометрия**

Направление подготовки (специальности)  
10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль)  
«Математические методы защиты информации»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 12 апреля 2024 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2024 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Геометрия" являются формирование математической культуры студента, развитие геометрического мышления, овладение основными приемами решения геометрических задач средствами алгебры, усвоение идеи линейности, лежащей в основе этого курса, как одной из самых общих естественнонаучных идей, расширяющих кругозор и общую математическую культуру.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина "Геометрия" относится к обязательной части образовательной программы. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения школьного курса математики, а также некоторых разделов из курсов алгебры и математического анализа.

Геометрия относится к числу общеобразовательных математических курсов и является основным среди переходных курсов от школьной математики к высшей математике. Изучаемый в курсе материал систематически используется для наглядной иллюстрации и как источник обобщений в курсах «Алгебра» и «Математический анализ». Дисциплина является базовой для изучения всех математических дисциплин.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-3</b> Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	<b>И-ОПК-3.2</b> Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения <b>И-ОПК-3.3</b> применяет математический аппарат и теорию для решения прикладных и теоретических задач	<b>Знать:</b> - возможности координатного метода для исследования геометрических и алгебраических объектов; - основные виды уравнений простейших геометрических объектов; - основные задачи векторной алгебры и методы их решения; - определения и свойства математических объектов, используемых в курсе; - формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. - основные алгоритмы решения геометрических задач; - возможные сферы их приложений. <b>Уметь:</b> - исследовать простейшие геометрические объекты по их уравнениям в различных системах координат; - решать задачи теоретического и

		<p>прикладного характера из различных разделов курса геометрии;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- доказывать утверждения, описывать строение некоторых классов геометрических групп.</li> <li>- решать задачи теоретического и прикладного характера и разрабатывать машинные алгоритмы решения этих задач</li> </ul> <p><b>Владеть навыками:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами доказательства утверждений;</li> <li>- применять методы аналитической геометрии и векторной алгебры в смежных дисциплинах.</li> <li>- применения математического аппарата аналитической геометрии в программировании</li> </ul>
--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Вводная лекция	1	1						
2.	Декартова плоскость	1	1	1				3	Задания для самостоятельной работы
3.	Декартово пространство	1	6	5		1		5	Задания для самостоятельной работы Контр. раб. № 1
4.	Прямая на плоскости	1	3	6		1		8	Задания для самостоятельной работы Контр. раб. № 2
5.	Плоскость и прямая в пространстве	1	3	7		2		8	Задания для самостоятельной работы Контр. раб. № 3
6.	Переход от одной системы координат к другой	1	2	1				2	Задания для самостоятельной работы
7.	Алгебраические линии и поверхности	1	2					1	Задания для самостоятельной работы
8.	Канонические уравнения	1	6	6		1		5	Задания для

	кривых второго порядка								самостоятельной работы Контр. раб. № 4
9.	Классификация кривых второго порядка	1	4	4		2		4	Задания для самостоятельной работы
10.	Канонические уравнения поверхностей второго порядка	1	4	2				1	Задания для самостоятельной работы Контр. раб. № 5
						2	0,5	33,5	Экзамен
	<b>ИТОГО</b>		<b>32</b>	<b>32</b>		<b>9</b>	<b>0,5</b>	<b>70,5</b>	

### Содержание разделов дисциплины:

#### Тема № 1. Вводная лекция.

- 1.1. Роль геометрии в математике. Предмет и метод аналитической геометрии.
- 1.2. Краткий исторический обзор развития геометрии.

#### Тема № 2. Декартова плоскость.

- 2.1. Декартовы координаты на прямой. Направленный отрезок. Операции над направленными отрезками.
- 2.2. Основное тождество. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости.
- 2.3. Проекция направленного отрезка на ось.
- 2.4. Расстояние между точками, длина направленного отрезка.
- 2.5. Полярная система координат на плоскости. Связь полярных и прямоугольных декартовых координат.

#### Тема № 3. Декартово пространство.

- 3.1. Прямоугольные декартовы координаты в пространстве. Расстояние между точками.
- 3.2. Проекция направленного отрезка на ось и ее свойства.
- 3.3. Деление отрезка в данном отношении. Центр тяжести системы материальных точек.
- 3.4. Свободный вектор в пространстве. Линейные операции над векторами.
- 3.5. Коллинеарные векторы. Теорема о коллинеарных векторах.
- 3.6. Линейная зависимость и независимость векторов. Геометрический смысл линейной зависимости систем из двух и из трех векторов. Система из четырех векторов в пространстве.
- 3.7. Базис. Аффинная система координат в пространстве.
- 3.8. Скалярное произведение векторов и его выражение в прямоугольных координатах. Угол между векторами.
- 3.9. Площадь треугольника на плоскости.
- 3.10. Понятие ориентации пространства. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в прямоугольных координатах.
- 3.11. Смешанное произведение векторов и его геометрический смысл. Свойства смешанного произведения векторов. Вычисление площади треугольника и объема тетраэдра.
- 3.12. Двойное векторное произведение векторов и его свойства.
- 3.13. Сферические и цилиндрические координаты, их связь с прямоугольными декартовыми координатами.

#### Тема № 4. Прямая на плоскости.

- 4.1. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой в отрезках.
- 4.2. Направляющий вектор прямой. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Векторное уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
- 4.3. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
- 4.4. Угловой коэффициент. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
- 4.5. Нормированное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой, расстояние от точки до прямой.

4.6. Взаимное расположение прямых на плоскости. Уравнение биссектрисы угла между прямыми.

#### **Тема № 5. Плоскость и прямая в пространстве.**

5.1. Общее уравнение плоскости в пространстве. Уравнение плоскости в отрезках.

5.2. Векторное и параметрические уравнения плоскости.

5.3. Угол между двумя плоскостями. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.

5.4. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости.

Расстояние от точки до плоскости.

5.5. Проектирующие плоскости.

5.6. Различные виды уравнения прямой в пространстве: канонические, векторное и параметрические уравнения прямой.

5.7. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.

5.8. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.

5.9. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между двумя прямыми.

#### **Тема № 6. Переход от одной системы координат к другой.**

6.1. Матрица перехода к новому базису. Связь старых и новых координат.

6.2. Переход от одной прямоугольной системы координат к другой на плоскости.

6.3. Переход от одной прямоугольной системы координат к другой в пространстве.

Ортогональные матрицы как матрицы перехода от одной прямоугольной системы координат к другой прямоугольной системе координат.

#### **Тема № 7. Алгебраические линии и поверхности.**

7.1. Алгебраический многочлен. Степень многочлена и ее инвариантность при переходе к другой аффинной системе координат. Алгебраические кривые и поверхности. Квадратичные формы.

7.2. Преобразование многочлена второй степени от двух переменных при преобразовании координат. 7.3. Ортогональные инварианты многочлена второй степени от двух переменных.

#### **Тема № 8. Канонические уравнения кривых второго порядка.**

8.1. Конические сечения. Кривые второго порядка как конические сечения.

8.2. Уравнения конических сечений в полярной системе координат.

8.3. Уравнения конических сечений в канонической форме.

8.4. Эллипс и его свойства.

8.4. Гипербола и ее свойства.

8.5. Парабола, свойства параболы. Фокусы и директрисы кривых второго порядка.

8.6. Касательные к коническим сечениям.

8.7. Диаметры конических сечений, сопряженные диаметры.

8.8. Оптические свойства конических сечений.

#### **Тема 9. Классификация кривых второго порядка.**

9.1. Приведение квадратичной формы от двух переменных к каноническому виду. Характеристическое уравнение. Главные направления (главные оси) кривой второго порядка.

9.2. Преобразование кривой второго порядка при повороте. Центр симметрии кривых второго порядка. Нахождение канонической системы координат.

9.3. Классификация центральных кривых второго порядка.

9.4. Классификация кривых второго порядка в нецентральной (параболическом) случае.

#### **Тема №10. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.**

10.1. Поверхности вращения. Поверхности вращения второго порядка.

10.2. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

10.3. Эллипсоиды и их плоские сечения.

10.4. Эллиптический и гиперболический параболоиды и их плоские сечения.

10.5. Цилиндры и конусы второго порядка.

10.5. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.

10.6. Цилиндрические и конические поверхности. Задание их с помощью направляющих линий.

10.7. Центр симметрии поверхности второго порядка. Типы поверхностей, определяемых уравнением второй степени с тремя неизвестными.

10.8. Классификация центральных поверхностей второго порядка.

10.9. Классификация поверхностей второго порядка в нецентральной случае.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»  
<https://www.studentlibrary.ru>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии, пополненные необходимыми сведениями из алгебры с приложением собрания задач, снабженных решениями, составленного А. С. Пархоменко: учебник - СПб., Лань, 2020  
<https://reader.lanbook.com/book/183619>
2. С. И. Яблокова Прямая на плоскости. Ч. 1: метод. указания - Ярославль, ЯрГУ, 2012 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20120206.pdf>
3. С. И. Яблокова Прямая на плоскости. Ч. 2: метод. указания - Ярославль, ЯрГУ, 2013 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20130202.pdf>
4. Яблокова С. И. Кривые второго порядка. Часть 1: методические указания. - Ярославль, ЯрГУ, 2014. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20140202.pdf>
5. Яблокова С.И. Кривые второго порядка. Часть 2: практикум. - Ярославль, ЯрГУ, 2015. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20140202.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия : Учеб. Для вузов / Ильин В. А. , Позняк Э. Г. - 7-е изд. , стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 224 с. (Курс высшей математики и математической физики.) - ISBN 978-5-9221-0511-8. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105118.html>
2. Яблокова С. И. Лекции по курсу "Аналитическая геометрия": учеб. пособие для вузов. Ч.1. - Ярославль: ЯрГУ, 2002.  
<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20020292.pdf>
3. Яблокова С. И. Лекции по курсу Аналитическая геометрия: учеб. пособие для вузов. Ч.2. - Ярославль: ЯрГУ, 2003.  
<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20030231.pdf>
4. Моденов П.С. Аналитическая геометрия: учебное пособие. – М.:МГУ, 1969.
5. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1976.
6. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Лань, 2009. <https://reader.lanbook.com/book/339779>
7. Постников М.М. Аналитическая геометрия. Лекции по геометрии. – М.: Лань, 2009. <https://reader.lanbook.com/book/210347>
8. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Лань, 2016. <https://reader.lanbook.com/book/187823>

9. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов — Санкт-Петербург: Лань, 2022. <https://reader.lanbook.com/book/189312>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор:**

Доцент кафедры  
алгебры и математической логики, к.ф.-м.н.

С. И. Яблокова



**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Геометрия»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**Задания для самостоятельной работы**

*(данные задания выполняются студентом самостоятельно  
и преподавателем в обязательном порядке не проверяются)*

**Задание по теме № 2. "Декартова плоскость."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 19, 20, 22, 23, 82, 91, 93, 95, 101, 107, 111, 112.

Сетевой ресурс математического факультета: диск I//Inform/M\_M/Яблокова/zad\_1.pdf

**Задание по теме № 3. " Декартово пространство. Векторы, линейная зависимость векторов".**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 24, 26, 27, 28, 30, 31.

Сетевой ресурс математического факультета: диск I//Inform/M-МКН/Яблокова/mkn.contr11.pdf

**Задание по теме " Скалярное и векторное произведение векторов."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 133, 134, 141, 142, 143, 145, 148, 149, 150, 152, 193, 194.

Из задачника Цубербиллер О.Н. "Задачи и упражнения по аналитической геометрии" задачи №№ 1040, 1043, 1046, 1052, 1054, 1076, 1079, 1080.

Сетевой ресурс математического факультета: диск I//Inform/M\_M/Яблокова/zad\_1.pdf

**Задание по теме " Смешанное произведение векторов. Двойное векторное произведение векторов."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 177, 178, 183, 189, 190, 192, 195, 197, 198.

Из задачника Цубербиллер О.Н. "Задачи и упражнения по аналитической геометрии" задачи №№ 1083, 1084, 1085, 1086.

Сетевой ресурс математического факультета: диск I//Inform/M\_M/Яблокова/zad\_1.pdf

**Задание по теме № 4. "Прямая на плоскости."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 367, 368, 371, 372, 377, 379, 394, 405, 417, 419, 420, 429, 435, 443, 444, 453, 455, 456, 460.

Из методических указаний "Прямая на плоскости. Часть 1" (состав. Яблокова С.И.) задачи из заданий 1-38.

Из методических указаний "Прямая на плоскости. Часть 2" (состав. Яблокова С.И.) задачи из заданий 39-75.

**Задание по теме " Пучок прямых на плоскости."**

Из методических указаний "Прямая на плоскости. Часть 1" (состав. Яблокова С.И.) задачи из заданий 26, 27.

Из методических указаний "Прямая на плоскости. Часть 2" (состав. Яблокова С.И.) задачи из заданий 53, 54, 56.

### **Задание по теме № 5. " Плоскость в пространстве."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 492, 500, 502, 504, 507, 514, 515, 516, 518, 520, 534(3,4), 533(2,3), 539(3), 558, 570, 577, 582, 585, 591, 599, 605, 609, 617, 620(2).

Из методических указаний "Плоскость и прямая в пространстве. Часть 2" (состав. Яблокова С.И.) задачи из заданий 1- 13, 22-24, 27- 29, 37-38, 42, 44-46.

### **Задание по теме " Прямая в пространстве."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 492, 500, 502, 504, 507, 514, 515, 516, 518, 520, 534(3,4), 533(2,3), 539(3), 558, 570, 577, 582, 585, 591, 599, 605, 609, 617, 620(2).

Из методических указаний "Плоскость и прямая в пространстве. Часть 2" (состав. Яблокова С.И.) задачи из заданий 14-21, 25, 26, 30-36, 40, 41, 43.

### **Задание по теме №6. " Преобразование координат на плоскости и в пространстве."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 659, 660, 683, 684.

### **Задание по теме № 7. " Конические сечения."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 734, 736, 738, 742, 751, 752, 754, 797, 798, 800.

Из методических указаний "Кривые второго порядка. Часть 1" (состав. Яблокова С.И.) задачи из заданий №№ 1 - 5, 27, 28.

### **Задание по теме № 8. " Канонические уравнения кривых второго порядка."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 759, 761, 763, 765, 766, 771, 775, 778, 782, 785, 787, 796.

Из методических указаний "Кривые второго порядка. Часть 1" (состав. Яблокова С.И.) задачи из заданий №№ 6 - 26.

### **Задание по теме " Касательные и диаметры кривых второго порядка."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 828, 829, 830, 831, 832, 833, 848, 851, 877, 878, 879, 880.

### **Задание по теме № 9. " Классификация кривых второго порядка."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 805(1-11), 806, 807(1-20), 808, 809.

### **Задание по теме № 10. " Канонические уравнения поверхностей второго порядка."**

Задачник Моденов П.С., Пархоменко "Сборник задач по аналитической геометрии" задачи №№ 941, 975, 976, 1012.

## **Самостоятельная расчетно-графическая работа № 1.**

Задачи берутся из методических указаний "Прямая на плоскости. Часть 1"(ЯрГУ, 2012) и "Прямая на плоскости. Часть 2"(ЯрГУ, 2013) состав. Яблокова С.И. Каждый студент получает свой вариант задания.

### **Задача № 1.**

Даны вершины треугольника  $A(-2,-3)$ ,  $B(0,5)$  и  $C(3,-5)$ . Написать уравнение медианы, проведенной из вершины  $A$ , и перпендикуляра, опущенного из вершины  $B$  на сторону  $AC$ .

### **Задача № 2.**

Даны уравнения двух сторон треугольника  $5x + 3y - 9=0$ ,  $7x - 4y - 29=0$  и уравнение медианы  $2x - 7y + 21=0$ , выходящей из вершины, не лежащей на первой стороне. Составить уравнение третьей стороны треугольника.

### **Задача № 3.**

Дано уравнение  $5x - 2y + 6=0$  стороны треугольника, уравнение  $3x - 2y + 2=0$  медианы, выходящей из вершины, лежащей на данной стороне, и уравнение  $x - 2y + 6=0$

медианы, выходящей из вершины, не лежащей на данной стороне. Найти уравнения двух других сторон треугольника.

**Задача № 4.**

Даны уравнения  $7x - 8y + 58 = 0$ ,  $5x + 4y + 22 = 0$  двух сторон параллелограмма и точка  $M(-4, 8)$  пересечения его диагоналей. Написать уравнения двух других сторон параллелограмма.

**Задача № 5.**

Найти расстояние от точки  $M(1, 2)$  до прямой  $3x - 4y + 12 = 0$ .

**Задача № 6.**

Составить уравнения биссектрис углов, образованных прямыми  $11x + 2y - 3 = 0$ ,  $8x - 4y + 1 = 0$ .

**Задача № 7.**

Даны уравнения двух сторон треугольника  $5x - 4y + 12 = 0$ ,  $x + 3y + 10 = 0$  и точка пересечения его высот  $P(3, -9)$ . Найти уравнение третьей стороны треугольника.

**Задача № 8.**

Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его параллельных сторон  $6x - 5y + 23 = 0$ ,  $6x - 5y + 84 = 0$  и уравнение одной из его диагоналей  $11x + y + 32 = 0$ .

**Задача № 9.**

Найти точку, симметричную точке  $M(-1, 6)$  относительно прямой  $x + 2y + 4 = 0$ .

**Задача № 10.**

Дано уравнение стороны ромба  $3x - 10y + 4 = 0$  и уравнение его диагонали  $x - y + 6 = 0$ . Написать уравнения остальных сторон ромба, зная, что точка  $E(-15, 5)$  лежит на стороне, параллельной данной.

**Задача № 11.**

Составить уравнения сторон квадрата, если дана одна из его вершин  $A(-4, 1)$  и точка пересечения его диагоналей  $M(1, -1)$ .

**Задача № 12.**

Даны две прямые  $3x - 2y - 23 = 0$ ,  $5x + y - 47 = 0$ . Найти третью прямую так, чтобы вторая из данных прямых была биссектрисой угла между первой из данных прямых и искомой прямой.

**Задача № 13.**

Найти расстояние между параллельными прямыми  $5x - 7y + 9 = 0$ ,  $10x - 14y - 56 = 0$ .

**Задача № 14.**

Написать уравнения касательных к окружности с центром в точке  $O(4, -2)$  и радиусом  $\sqrt{13}$ , проведенных из точки  $A(-1, -1)$ .

Правила выставления оценки по результатам расчетно-графической работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- задачи №1, 5, 6, 9, 13 оцениваются из расчета 3 балла за правильно решенную задачу;
- остальные задачи оцениваются из расчета 4 балла за правильно решенную задачу;
  - при выполнении задания правильно найден оптимальный алгоритм решения, но имеются незначительные ошибки в численных расчетах – высший балл снижается на 1;
  - при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены не существенные ошибки в вычислениях – высший балл снижается на 2;
  - при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены существенные ошибки в вычислениях – высший балл снижается на 3;
  - при выполнении задания неправильно – 0 баллов.

Набранное количество баллов 48-51 соответствует оценке «отлично», 41-47 баллов – оценке «хорошо», 30-40 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 30 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

## Самостоятельная расчетно-графическая работа № 2.

Задачи берутся из методических указаний "Плоскость и прямая в пространстве. Часть 2" (ЯрГУ, 2001) состав. Яблокова С.И. Каждый студент получает свой вариант задания.

### Задача № 1.

Составить общее, параметрические и уравнение плоскости в отрезках, если плоскость проходит через прямую  $x = t, y = -1 + 2t, z = -3t$  и точку  $(2, 0, 1)$ .

### Задача № 2.

Составить канонические и параметрические уравнения прямой, являющейся линией пересечения двух плоскостей  $2x + 2y + z - 3 = 0, 2x - y + 2z - 40 = 0$ .

### Задача № 3.

Написать канонические уравнения прямой, лежащей в плоскости  $x = 5 + 2u + 4v, y = 1 - u - 4v, z = 1 + u - v$  и пересекающей прямые  $x = -5 + 8t, y = -2 + 4t, z = 5 - 5t$  и  $x = 2 + t, y = -1 - 3t, z = 13 + 3t$ .

### Задача № 4.

Установить взаимное расположение прямой и плоскости. Если они пересекаются по точке, найти эту точку:  $x = 1 + 2t, y = 3 - t, z = -1 - t; x = 4 - u + 2v, y = -2 + u + 3v, z = 1 - 5v$ .

### Задача № 5.

Найти точку, симметричную точке  $M(1, -1, 4)$  относительно прямой  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{1}$ .

### Задача № 6.

Найти ортогональную проекцию точки  $M(2, 4, -8)$  на плоскость  $5x + y - z + 32 = 0$ .

### Задача № 7.

Найти расстояние от точки  $M(6, 1, 1)$  до прямой  $\frac{x-5}{4} = \frac{y+1}{12} = \frac{z-2}{-3}$ .

### Задача № 8.

Составить канонические уравнения проекции прямой  $\frac{x-6}{4} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$  из точки  $M(5, 2, -1)$  на плоскость  $2x + 5y + 4z - 11 = 0$ .

### Задача № 9.

Составить канонические уравнения ортогональной проекции прямой  $x = 4 + 2t, y = -3 - t, z = 2 + 4t$  на плоскость  $3x - y + 5z - 1 = 0$ .

### Задача № 10.

Показать, что данные прямые пересекаются, и написать уравнения биссектрисы острого угла между ними:  $x = 1 + 2t, y = -36 + 14t, z = 9 - 5t; x = 15 + 4t, y = -10 - 8t, z = -8 - t$ .

### Правила выставления оценки по результатам расчетно-графической работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- задачи №1, 2, 4 - 7 оцениваются из расчета 3 балла за правильно решенную задачу;
- задачи № 3, 8, 9, 10 оцениваются из расчета 4 балла за правильно решенную задачу;
- при выполнении задания правильно найден оптимальный алгоритм решения, но имеются незначительные ошибки в численных расчетах – высший балл снижается на 1;

- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены несущественные ошибки в вычислениях – высший балл снижается на 2;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены существенные ошибки в вычислениях – высший балл снижается на 3;
- при выполнении задания неправильно – 0 баллов.

Набранное количество баллов 31-34 соответствует оценке «отлично», 27-30 баллов – оценке «хорошо», 17-26 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 17 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

### Контрольная работа № 1

(проверка сформированности ОПК-3, индикатор И-ОПК-3.1)

1. Три последовательные вершины трапеции находятся в точках  $A(-3,-2,-1)$ ,  $B(1,2,3)$ ,  $C(9,6,4)$ . Найти четвертую вершину трапеции  $D$ , точку  $M$  пересечения диагоналей и точку  $N$  пересечения боковых сторон, если длина стороны  $AD$  равна 27.
2. Найти вектор, получающийся при ортогональном проектировании вектора  $\mathbf{a} = (5,9,2)$  на прямую с направляющим вектором  $\mathbf{e} = (1,3,-2)$ .
3. В данной системе векторов выбрать базис и найти координаты остальных векторов в этом базисе:  
 $\mathbf{a}_1 = (1,1,-1)$ ,  $\mathbf{a}_2 = (1,-1,1)$ ,  $\mathbf{a}_3 = (2,0,0)$ ,  $\mathbf{a}_4 = (1,1,1)$ ,  $\mathbf{a}_5 = (4,0,4)$ .
4. Найти длину высоты тетраэдра  $ABCD$ , опущенной из вершины  $D$  на грань  $ABC$ , если  $A(0,1,1)$ ,  $B(2,3,0)$ ,  $C(1,-1,1)$ ,  $D(1,2,0)$ .
5. Найти вектор  $\mathbf{c}$ , перпендикулярный к вектору  $\mathbf{a} = (0,1,1)$ , образующий с вектором  $\mathbf{b} = (1,1,0)$  угол  $\pi/4$ , имеющий длину 1 и направленный так, чтобы тройка  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  была правой.
6. Векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  образуют угол  $2\pi/3$ . Зная  $|\mathbf{a}| = 1$  и  $|\mathbf{b}| = 1$ , вычислить  $([2\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + 2\mathbf{b}], [2\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + 2\mathbf{b}])$ .

#### Ответы к задачам:

1.  $D(21,10,2)$ ,  $M(6,4,11/4)$ ,  $N(3,4,5)$ ;
2.  $\mathbf{p} = 2\mathbf{e} = (2,6,-4)$ ;
3.  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_4$  – базис,  $\mathbf{a}_3 = (1,1,0)$ ,  $\mathbf{a}_5 = (0,2,2)$ ;
4.  $\frac{3}{\sqrt{41}}$ ;
5.  $\mathbf{c} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ ;
6.  $\frac{27}{4}$

#### Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- правильно выполненное задание – 4 балла;
- при выполнении задания правильно найден оптимальный алгоритм решения, но имеются незначительные ошибки в численных расчетах – 3 балла;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены несущественные ошибки в вычислениях – 2 балла;

- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены существенные ошибки в вычислениях – 1 балл;
- при выполнении задания неправильно – 0 баллов.

Набранное количество баллов 22-24 соответствует оценке «отлично», 18-21 баллов – оценке «хорошо», 12-18 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 12 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

### Контрольная работа № 2

(проверка сформированности ОПК-3, индикатор И-ОПК-3.1)

1. Дано уравнение  $2x - 5y - 2 = 0$  стороны треугольника и уравнения  $x - y - 1 = 0$ ,  $2x + 7y - 26 = 0$  медиан, выходящих из вершин треугольника, лежащих на данной стороне. Составить уравнения двух других сторон треугольника.
2. Дано уравнение стороны ромба  $x + 8y + 21 = 0$  и уравнение его диагонали  $x + 3y + 6 = 0$ . Написать уравнения остальных сторон ромба, зная, что точка  $(4, 0)$  лежит на стороне, параллельной данной.
3. Даны вершины треугольника  $A(-6, -3)$ ,  $B(-4, 3)$ ,  $C(9, 2)$ . На внутренней биссектрисе угла  $A$  найти такую точку  $M$ , чтобы четырехугольник  $ABMC$  оказался трапецией.

#### Ответы к задачам:

1.  $2x - y - 2 = 0$ ,  $2x + y - 14 = 0$ ;
2.  $x + 8y - 4 = 0$ ,  $4x - 7y + 34 = 0$ ,  $4x - 7y + 9 = 0$ ;
3.  $M_1(2, 5)$ ,  $M_2(14, 17)$ .

#### Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- правильно выполненное задание – 4 балла;
- при выполнении задания правильно найден оптимальный алгоритм решения, но имеются незначительные ошибки в численных расчетах – 3 балла;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены несущественные ошибки в вычислениях – 2 балла;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены существенные ошибки в вычислениях – 1 балл;
- при выполнении задания неправильно – 0 баллов.

Набранное количество баллов 10-12 соответствует оценке «отлично», 8-9 баллов – оценке «хорошо», 6-8 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 8 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

### Контрольная работа № 3

(проверка сформированности ОПК-3, индикатор И-ОПК-3.1)

1. Найти ортогональную проекцию точки  $P(1, -1, 1)$  на плоскость  $5x - 3y + 6z + 56 = 0$ .
2. Найти расстояние между двумя прямыми:  $x + 3y - 2z - 8 = 0$ ,  $2x + 6y - 13z + 2 = 0$  и  $x = -1 + t$ ,  $y = 1 - t$ ,  $z = 2 + 2t$ .

3. Установить взаимное расположение плоскостей; если они пересекаются по прямой, то найти параметрические уравнения этой прямой:

$$x = 1 + u - v, \quad y = -1 - u + 2v, \quad z = 1 + 2u - v;$$

$$x = 2 + v, \quad y = 5 + u + 4v, \quad z = 3 + u + 7v.$$

**Ответы к задачам:**

1.  $(-4, 2, -5);$

2.  $\frac{10}{\sqrt{11}};$

3. плоскости параллельны.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- правильно выполненное задание – 4 балла;
- при выполнении задания правильно найден оптимальный алгоритм решения, но имеются незначительные ошибки в численных расчетах – 3 балла;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены несущественные ошибки в вычислениях – 2 балла;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены существенные ошибки в вычислениях – 1 балл;
- при выполнении задания неправильно – 0 баллов.

Набранное количество баллов 10-12 соответствует оценке «отлично», 8-9 баллов – оценке «хорошо», 6-8 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 8 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

#### **Контрольная работа № 4**

*(проверка сформированности ОПК-3, индикатор И-ОПК-3.1)*

1. Написать уравнение линии второго порядка, зная ее фокус  $(4,0)$ , соответствующую ему директрису  $x = 5$  и точку  $(-10,2)$  на этой линии. Найти второй фокус и вторую директрису.
2. Написать уравнение равносторонней гиперболы, зная ее фокус  $(-1,-1)$  и асимптоту  $x - y + 4 = 0$ .
3. Написать уравнение параболы, проходящей через точки  $(-1,0)$  и  $(0,3)$ , если осью симметрии параболы является прямая  $x - y - 3 = 0$ .

**Ответы к задачам:**

1.  $\frac{(x+4)^2}{72} - \frac{y^2}{8} = 1, \quad F_2(-12,0), \quad \delta_2: x = -13;$

2.  $(x+5)^2 - (y+1)^2 = 8, \quad -(x+1)^2 + (y-3)^2 = 8;$

3.  $x^2 - 2xy + y^2 - 11x + y - 12 = 0.$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- правильно выполненное задание – 4 балла;
- при выполнении задания правильно найден оптимальный алгоритм решения, но имеются незначительные ошибки в численных расчетах – 3 балла;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены незначительные ошибки в вычислениях – 2 балла;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены существенные ошибки в вычислениях – 1 балл;
- при выполнении задания неправильно – 0 баллов.

Набранное количество баллов 10-12 соответствует оценке «отлично», 8-9 баллов – оценке «хорошо», 6-8 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 8 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

### Контрольная работа № 5

(проверка сформированности ОПК-3, индикатор И-ОПК-3.1)

1. Определить тип кривой, найти ее каноническое уравнение. Найти главные оси и каноническую систему координат:

$$4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0.$$

2. Определить тип поверхности, найти ее каноническое уравнение. Найти главные оси и каноническую систему координат:

$$2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + x + 4y - 3z + 2 = 0.$$

#### Ответы к задачам:

1. Гипербола  $-\frac{x'^2}{1} + \frac{y'^2}{4} = 1$ ,  
центр симметрии  $O'(1, -3)$ ,

главные направления задаются векторами  $e'_1 = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ ,  $e'_2 = \left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ .

2. эллиптический параболоид  $\frac{x'^2}{1/\sqrt{6}} + \frac{y'^2}{3/2\sqrt{6}} = -2z'$ ,

начало координат  $O'\left(-\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}, \frac{5}{6}\right)$ , главные направления задаются векторами  
 $e'_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ,  $e'_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ,  $e'_3 = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ .

#### Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- правильно выполненное задание – 4 балла;
- при выполнении задания правильно найден оптимальный алгоритм решения, но имеются незначительные ошибки в численных расчетах – 3 балла;



- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены несущественные ошибки в вычислениях – 2 балла;
- при выполнении задания не найден оптимальный алгоритм и допущены существенные ошибки в вычислениях – 1 балл;
- при выполнении задания неправильно – 0 баллов.

Набранное количество баллов 7-8 соответствует оценке «отлично», 5-6 баллов – оценке «хорошо», 3-4 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 3 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

### Задачи для самопроверки при подготовке к экзамену.

**Задача 1.** Выбрать все базисы данной системы векторов:

$$\mathbf{a}_1 = (1, 2, 1), \quad \mathbf{a}_2 = (2, 1, 1), \quad \mathbf{a}_3 = (3, 3, 2), \quad \mathbf{a}_4 = (1, 1, 2), \quad \mathbf{a}_5 = (1, 1, 1).$$

**Задача 2.** Основанием равнобедренного треугольника служит прямая

$$2x + 3y + 6 = 0,$$

а боковой стороной -- прямая

$$2x + y - 2 = 0.$$

Написать уравнение высоты, опущенной из точки пересечения данных сторон на третью сторону треугольника.

**Задача 3.** Найти точку, симметричную точке  $P(2, 5, 1)$  относительно плоскости

$$2x + 3y - 5z + 24 = 0.$$

**Задача 4.** Написать уравнения эллипса и гиперболы с фокусами  $(6, 0)$  и  $(-6, 0)$ , проходящих через точку  $A(5, 2)$ .

### Ответы к задачам:

1. базисом является любая тройка векторов, за исключением троек  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  и  $\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5$ ;
2.  $29x - 2y - 95 = 0$ ;
3.  $P'(-2, -1, 11)$ ;
4.  $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{9} = 1, \quad \frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1.$

### Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины перед экзаменом

(тест проводится в ЭУК «Геометрия (КБ-1)» в LMS Moodle)

В тесте 13 вопросов, за правильный ответ на каждый вопрос дается 1 балл. На прохождение теста дается время 30 минут.

Количество набранных баллов от 11 до 13 соответствует оценке «отлично».

Количество набранных баллов от 9 до 10 соответствует оценке «хорошо».

Количество набранных баллов от 7 до 8 соответствует оценке «удовлетворительно».

Количество баллов меньше 7 соответствует оценке «неудовлетворительно».

### Примерные вопросы теста:

1. Какой вектор следует добавить к векторам  $\mathbf{a}=(1,1,1)$  и  $\mathbf{b}=(2,0,2)$ , чтобы векторы  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  образовали базис?  
Выбрать из векторов:
  - 1)  $\mathbf{c}=(0,1,0)$ ;
  - 2)  $\mathbf{c}=(1,2,1)$ ;
  - 3)  $\mathbf{c}=(0,3,3)$ ;
  - 4)  $\mathbf{c}=(3,2,3)$ .
2. Определить угол между векторами  $\mathbf{a}=(1,-2,-2)$  и  $\mathbf{b}=(2,-1,2)$ .  
Выбрать из следующих ответов:
  - 1) 90 градусов;
  - 2) 270 градусов;
  - 3) 60 градусов;
  - 4) 240 градусов.
3. Векторное произведение векторов  $\mathbf{a}=(1,2,-1)$  и  $\mathbf{b}=(5,3,4)$  равно.  
Выбрать из следующих ответов:
  - 1)  $(11, 9, -7)$ ;
  - 2)  $(11, -9, -7)$ ;
  - 3)  $(-11, -9, 7)$ ;
  - 4)  $(5, -9, -7)$ .
4. Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  есть(выбрать правильный ответ):
  - 1)  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})=0$ ;
  - 2)  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]=0$ ;
  - 3)  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]=0$ ;
  - 4)  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})=0$ .
5. Чему равен объем тетраэдра, натянутого на 3 некопланарных вектора  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ ?  
Выбрать из следующих ответов:
  - 1)  $([\mathbf{a}, \mathbf{b}], \mathbf{c})$ ;
  - 2)  $-([\mathbf{a}, \mathbf{b}], \mathbf{c})$ ;
  - 3)  $1/2 |([\mathbf{a}, \mathbf{b}], \mathbf{c})|$ ;
  - 4)  $1/3 |([\mathbf{a}, \mathbf{b}], \mathbf{c})|$ ;
  - 5)  $1/6 |([\mathbf{a}, \mathbf{b}], \mathbf{c})|$ ;
  - 6)  $1/4 |([\mathbf{a}, \mathbf{b}], \mathbf{c})|$ .
6. Вектор  $[\mathbf{a}, [\mathbf{b}, \mathbf{c}]]$  лежит в плоскости векторов (выбрать правильный ответ):
  - 1)  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ ;
  - 2)  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{c}$ ;
  - 3)  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{c}$ .
7. Найти матрицу перехода от базиса  $\mathbf{a}=(1, -2)$ ,  $\mathbf{b}=(2,1)$  к базису  $\mathbf{c}=(3, -1)$ ,  $\mathbf{d}=(0, -5)$ .  
Выбрать из следующих ответов:
 

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ; 2)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ ; 3)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ; 4)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ; 5)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. Плоскости  $Ax + y - 2z + 4 = 0$  и  $2x + By - 4z + 1 = 0$  параллельны, если параметры  $A$  и  $B$  равны(выбрать правильный ответ):
  - 1)  $A=2, B=1$ ;
  - 2)  $A=1, B=2$ ;
  - 3)  $A=-1, B=-2$ ;
  - 4)  $A=-2, B=-1$ .
9. Определить взаимное расположение прямой  $x=1+t, y=4-2t, z=5-8t$  и плоскости  $2x-3y+z-5=0$  в пространстве (выбрать правильный ответ):

- 1) пересекаются по точке, перпендикулярны;
  - 2) пересекаются по точке, не перпендикулярны;
  - 3) прямая параллельна плоскости;
  - 4) прямая лежит в плоскости.
10. Какую кривую второго порядка задает уравнение  $2x^2 + 3y^2 + 4x - 6y - 1 = 0$  ?  
Выбрать правильный ответ:
- 1) гипербола;
  - 2) эллипс;
  - 3) парабола;
  - 4) пара параллельных прямых;
  - 5) пара совпадающих прямых.
11. Условия  $\delta = 0, \Delta \neq 0$  означают, что уравнение второго порядка является (выбрать правильный ответ):
- 1) гиперболой;
  - 2) эллипсом;
  - 3) параболой;
  - 4) мнимым эллипсом;
  - 5) парой пересекающихся прямых;
  - 6) парой параллельных прямых;
  - 7) парой мнимых параллельных прямых.
12. Уравнение

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

определяет в пространстве (выбрать правильный ответ):

- 1) эллипсоид;
  - 2) мнимый эллипсоид;
  - 3) однополостный гиперболоид;
  - 4) двуполостный гиперболоид;
  - 5) гиперболический параболоид;
  - 6) эллиптический параболоид;
  - 7) конус.
13. Уравнение  $2xy - z^2 = 4$  определяет в пространстве (выбрать правильный ответ):
- 1) эллипсоид;
  - 2) мнимый эллипсоид;
  - 3) однополостный гиперболоид;
  - 4) двуполостный гиперболоид;
  - 5) гиперболический параболоид;
  - 6) эллиптический параболоид;
  - 7) конус.

### Правильные ответы

Вопрос №	Вариант ответа		Вопрос №	Вариант ответа
1	3		8	2
2	1		9	3
3	2		10	2

4	2		11	3
5	5		12	3
6	2		13	4
7	1			

## 2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

### Список вопросов к экзамену:

Декартовы координаты на прямой. Направленный отрезок. Операции над направленными отрезками. Длина направленного отрезка. Основное тождество.

Декартова плоскость. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости. Расстояние между двумя точками. Проекция направленного отрезка на ось и ее свойства.

Векторы, Основные определения. Равенство векторов. Линейные операции над векторами и их свойства.

Коллинеарные векторы. Теорема о коллинеарных векторах.

Прямоугольные декартовы координаты в пространстве. Расстояние между двумя точками. Проекция направленного отрезка на ось и ее свойства.

Деление отрезка в данном отношении. Вычисление координат центра тяжести системы материальных точек.

Понятие линейно зависимой и линейно независимой системы векторов. Теоремы.

Необходимое и достаточное условие линейной зависимости системы из двух векторов, из трех векторов.

Система из четырех векторов в пространстве.

Аффинные координаты в пространстве. Базис. Координаты вектора в данном базисе. Единственность разложения по базису. Прямоугольная система координат как частный случай аффинной. Теорема о прямоугольных декартовых координатах вектора в пространстве.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах.

Векторное произведение векторов. Определения. Примеры. Геометрические свойства векторного произведения. Алгебраические свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения в декартовых координатах.

Площадь треугольника на плоскости и в пространстве.

Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл смешанного произведения векторов. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах.

Двойное векторное произведение векторов и его свойства. Теорема о вычислении двойного векторного произведения.

Общее уравнение прямой на плоскости. Частные виды уравнения прямой на плоскости. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

Каноническое, параметрические и векторное уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой в отрезках. Углы между прямыми, взаимное расположение прямых на плоскости.

Уравнение прямой в нормальной форме. Отклонение точки от прямой. Расстояние от точки до прямой.

Пучок прямых на плоскости. Теорема.

Общее уравнение плоскости в пространстве. Частные виды общего уравнения плоскости.

Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой. Векторное и параметрические уравнения плоскости.

Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.

Нормированное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости. Расстояние от точки до плоскости.

Различные виды уравнения прямой в пространстве. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.

Угол между двумя прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Условия принадлежности двух прямых одной плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.

Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между двумя прямыми в пространстве.

Переход от одной аффинной системы координат к другой без изменения начала координат. Матрица перехода.

Переход от одной аффинной системы координат к другой с изменением начала координат.

Переход от одной прямоугольной системы координат к другой на плоскости.

Переход от одной прямоугольной системы координат к другой в пространстве. Ортогональные матрицы и их свойства.

Полярная система координат на плоскости. Уравнения кривых в полярных координатах. Примеры. Переход к прямоугольной системе координат.

Сферические и цилиндрические координаты в пространстве. Их связь с прямоугольными декартовыми координатами.

Конические сечения и их свойство. Уравнения конических сечений в полярных координатах.

Уравнения конических сечений в канонической форме.

Эллипс и его свойства. Вывод основных формул.

Гипербола и ее свойства. Вывод основных формул.

Парабола и ее свойства.

Касательные к коническим сечениям. Вывод уравнений. Свойство касательной.

Диаметры конического сечения. Сопряженные диаметры.

Оптические свойства конических сечений.

Алгебраические линии и поверхности. Порядок линии и поверхности. Инвариантность степени алгебраического многочлена при преобразованиях координат.

Преобразование алгебраического многочлена второй степени от двух переменных при преобразованиях координат.

Преобразование алгебраического многочлена второй степени от трех переменных при преобразованиях координат.

Ортогональное преобразование координат. Ортогональные инварианты кривой второго порядка.

Ортогональные инварианты поверхности второго порядка.

Приведение квадратичной формы от двух переменных к каноническому виду.

Теорема.

Преобразование коэффициентов кривой второго порядка при повороте. Определение угла поворота.

Центральные кривые второго порядка. Классификация центральных кривых. Нецентральный случай классификации кривых второго порядка.

Центр поверхности второго порядка. Теоремы о числе линейно независимых векторов, соответствующих корням характеристического уравнения.

Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду. Центральный случай.

Приведение общего уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду. Нецентральный случай.

Поверхности вращения. Правило вывода уравнения поверхности вращения.

Вывод уравнений поверхностей вращения второго порядка.

Канонические уравнения эллипсоида, конуса, цилиндров. Вывод уравнений и исследование их методом сечений.

Канонические уравнения однополостного и двуполостного гиперboloидов. Вывод уравнений и исследование их методом сечений.

Канонические уравнения эллиптического и гиперболического параболоидов. Вывод уравнений и исследование их методом сечений.

Прямолинейные образующие гиперболического параболоида, однополостного гиперboloида и конуса.

### **3. Правила выставления оценки на экзамене.**

Экзамен состоит из письменной и устной частей. Письменная часть проводится в виде контрольной работы по задачам, решавшимся в течение семестра. Задачи аналогичны приведенным в контрольных работах 1 - 5. Устная часть проводится в виде ответа на вопросы экзаменационного билета. В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу дается не менее 1 часа.

Студент отвечает на вопросы билета и вопросы преподавателя, возникающие в процессе изложения теоретического материала.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

**Оценка «Отлично»** выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом курса «Геометрия»; решает не менее 3 задач из практической части экзамена; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию геометрии.

**Оценка «Хорошо»** выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

**Оценка «Удовлетворительно»** выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи; в практической части решает не более 2 задач. Ответы излагаются в математических терминах, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

**Оценка «Неудовлетворительно»** выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; решает менее 2 задач в практической части; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

## Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Геометрия»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Геометрия» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что студентам первого курса трудно усваивать математический аппарат, который используется для решения задач геометрии. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным геометрическим задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом алгебры, применяемым при решении задач.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы геометрии.

Задания для самостоятельного решения формулируются на лекциях и практических занятиях. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач. Полный список заданий для самостоятельной работы по темам (разделам) дисциплины приведен в ЭУК в LMS Moodle «Геометрия». Вопросы, возникающие в процессе или по итогам решения этих задач, можно задать на консультациях или в форуме (чате) в ЭУК в LMS Moodle.

Для самостоятельной работы, в том числе и повтора разобранного лекции и практических занятиях материала первого семестра изучения дисциплины рекомендуется использовать учебно-методические пособия «Лекции по курсу «Аналитическая геометрия». Части 1 и 2» (автор С.И. Яблокова), а также практикумы и сборники задач, которые имеются по всем основным темам курса. В данных пособиях содержится весь материал, изучаемый в курсе. Материал каждого параграфа включает в себя подробное изложение теоретического материала по заданной теме, который затем иллюстрируется подробным решением типичных задач. В методических указаниях приводятся примеры решения типичных задач с ответами и задания для самостоятельного решения, которые используются для расчетно-графических и контрольных работ.

В конце первого семестра изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3-4 дня, в это время предусмотрена и групповая консультация.

При изучении дисциплины следует обращать особое внимание на следующие базовые понятия, без знания и понимания которых невозможно не только изучение данного курса, но и других математических дисциплин:

- векторы и линейные операции над векторами;
- линейная зависимость и независимость векторов, геометрический смысл этих понятий;
- базис, координаты вектора в базисе;
- нелинейные операции над векторами;
- уравнения линейных образов (прямой на плоскости, плоскости и прямой в пространстве);



- матрица перехода от одного базиса к другому;
- квадратичные формы и их канонический вид.

В рамках изучаемой теории необходимо научиться решать как минимум стандартные задачи по основным темам курса, т. е. применять теоретические знания на практике.

В учебных пособиях

Яблокова С.И. Лекции по курсу «Аналитическая геометрия». Часть 1: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2002. – 108с.

Яблокова С.И. Лекции по курсу «Аналитическая геометрия». Часть 2: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2002. – 112с.

Яблокова С.И. Лекции по курсу «Аналитическая геометрия». Часть 3: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2004. – 90с.

изложены все основные теоретические вопросы данного курса, приводятся также примеры решения задач.

По 2 - 5 курса имеются методические указания "Прямая на плоскости" (Ярославль, ЯрГУ, 1986) и "Геометрия на плоскости. Задачи" (Ярославль, ЯрГУ, 1987). Кроме того, в локальной сети 7 корпуса на диске I (I/Inform/ М-МКН/Яблокова/mkn.contr11.pdf) выложены индивидуальные задания по этим темам.

По темам "Прямая на плоскости" и "Пучок прямых на плоскости" имеются методические указания "Прямая на плоскости. Часть 1. (Ярославль, ЯрГУ, 2012) и "Прямая на плоскости. Часть 2. (Ярославль, ЯрГУ, 2013), в которых содержатся указания по решению основных типов задач по этим темам, а также приводятся наборы индивидуальных задач.

По темам "Плоскость в пространстве" и "Прямая в пространстве" имеются методические указания "Плоскость и прямая в пространстве. Часть 1" (Ярославль, ЯрГУ, 2001), в которых излагаются основные понятия и разбираются решения задач, и методические указания "Плоскость и прямая в пространстве. Часть 2" (Ярославль, ЯрГУ, 2001), в которых приведен набор индивидуальных заданий по теме.

По темам "Конические сечения" и "Канонические уравнения кривых второго порядка" имеются методические указания "Кривые второго порядка" (Ярославль, ЯрГУ, 1991), в которых излагаются основные вопросы этой темы. Кроме того, имеются методические указания "Кривые второго порядка. Часть 1" (Ярославль, ЯрГУ, 2014) и практикум "Кривые второго порядка. Часть 2" (Ярославль, ЯрГУ, 2015), содержащие разбор задач по теме, а также наборы индивидуальных заданий.

По теме "Классификация кривых второго порядка" имеются методические указания "Классификация кривых второго порядка" (Ярославль, ЯрГУ, 1989), в которых излагаются основные этапы приведения уравнения кривой второго порядка к каноническому виду, разбирается решения задач и приводится набор индивидуальных заданий. Кроме того, задачи на эту тему содержатся в практикуме "Кривые второго порядка. Часть 2" (Ярославль, ЯрГУ, 2015).

По теме "Канонические уравнения поверхностей второго порядка" имеются методические указания "Классификация поверхностей второго порядка" (Ярославль, ЯрГУ, 1990), в которых излагаются основные этапы приведения уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду, разбирается решения задач и приводится набор индивидуальных заданий.

В локальной сети 7 корпуса на диске I (I/Inform/ М-КБ/Яблокова/КВ\_1/Вопросы Геом\_2017.doc) выложены вопросы к экзамену по дисциплине "Геометрия".