**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра информационных и сетевых технологий

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ

 Д.Ю. Чалый

«\_22\_» мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

«Математическое моделирование»

**Направление подготовки**

01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль)**

«Искусственный интеллект»

**Квалификация выпускника**

Бакалавр

**Форма обучения**

очная

Программа рассмотрена на
заседании кафедры
от 10 апреля 2024 г.,
протокол № 8

Программа одобрена НМК

факультета ИВТ
протокол № 6 от
26 апреля 2024 г.

Ярославль

**1. Цели освоения дисциплины**

Дисциплина «Математическое моделирование» создает фундаментальную базу для изучения профессиональных и специальных дисциплин, закладывает основы системного подхода к решению задач оптимизации, формирует у студентов культуру научного мышления.

**2. Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата *(магистратуры, специалитета)***

Для успешного освоения дисциплины «Математическое моделирование» студент должен владеть знаниями, умениями и навыками, сформированными школьной программой по математике и вузовской программой по дисциплинам «Математический анализ», «Алгебра и геометрия».

Данный курс закладывает математическую основу для изучения и практической реализации дисциплины «Проектирование в профессиональной сфере», а также для написания выпускной квалификационной работы. Дисциплина «Математическое моделирование» изучается 4, 5 и 6 учебных семестрах.

**3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата *(магистратуры, специалитета)***

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Формируемая компетенция** **(код и формулировка)** | **Индикатор достижения компетенции****(код и формулировка)** | **Перечень** **планируемых результатов обучения**  |
| **Общепрофессиональные компетенции**  |
| ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. | ИОПК3.1 Демонстрирует умение анализировать, модифицировать и использовать математические модели в области профессиональной деятельности. | Знать:Уметь:Владеть навыками:  |

**4. Объем, структура и содержание дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц, 324 акад. часов.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№****п/п** | **Темы (разделы)****дисциплины,** **их содержание** | **Семестр** | **Виды учебных занятий,** **включая самостоятельную работу студентов,** **и их трудоемкость****(в академических часах)** | **Формы текущего контроля успеваемости** **Форма промежуточной аттестации** ***(по семестрам)*** |
| **Контактная работа** | самостоятельнаяработа |
| лекции | практические | лабораторные | консультации | аттестационные испытания |
| 1. | Основы математического моделирования. |  | 4 | 4 |  |  |  | 10 |  |
|  | *в том числе с ЭО и ДОТ* |  |  |  |  |  |  | *4* |  |
| 2. | Линейное программирование. |  | 18 | 12 | 12 |  |  | 50 |  |
|  | *в том числе с ЭО и ДОТ* |  |  |  |  |  |  | *16* |  |
| 3. | Транспортная задача. |  | 4 | 4 | 4 |  |  | 22 |  |
|  | *в том числе с ЭО и ДОТ* |  |  |  |  |  |  | *6* |  |
| 4. | Нелинейное программирование. |  | 14 | 16 | 8 |  |  | 50 |  |
|  | *в том числе с ЭО и ДОТ* |  |  |  |  |  |  | *14* |  |
| 5. | Математические модели механики пластин и оболочек. |  | 14 | 28 |  |  |  | 50 |  |
|  | *в том числе с ЭО и ДОТ* |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | **ИТОГО** |  | 54 | 64 | 24 |  |  | 182 | Зачет. Экзамен |
|  | ***в том числе с ЭО и ДОТ*** |  |  |  |  |  |  | *40* |  |

**Содержание разделов дисциплины:**

**Раздел 1. Основы математического моделирования.**

Понятие о моделировании. Классификация моделей. Этапы и принципы моделирования.

Примеры математических моделей.

**Раздел 2.Линейное программирование.**

Общая задача линейного программирования. Графический метод решения задачи. Классическая форма записи задачи линейного программирования. Симплексный метод решения задач линейного программирования.

Двойственность в линейном программировании.

Целочисленное программирование.

**Раздел 3. Транспортная задача.**

Транспортная задача линейного программирования. Опорные планы транспортной задачи. Решение транспортной задачи.

**Раздел 4. Нелинейное программирование.**

Общая задача нелинейного программирования. Выпуклые и вогнутые функции. Метод множителей Лагранжа. Теорема Куна – Таккера. Седловая точка и задача нелинейного программирования. Применение теоремы Куна – Таккера для задачи выпуклого программирования. Динамическое программирование.

**Раздел 5. Математические модели механики пластин и оболочек.**

Элементы теории упругости: понятии тензора 2-го ранга, тензор деформации Грина-Лагранжа и свойства его компонент, тензор поворота, тензор малых деформаций Коши, формула Коши для напряжений, уравнения равновесия, уравнения неразрывности Сен-Венана, закон Гука, теорема Клайперона. Вывод уравнений линейной теории Кирхгофа: полевые (из уравнений равновесия теории упругости) и граничные (из теоремы Клайперона) уравнения. Теория пологих оболочек Маргера-Тимошенко Нагди. Использование М-алгоритма для уточнений уравнения Маргера. Модели механики пластин и оболочек.

**5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение мате- риала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убеди- тельная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний. На практических занятиях студенты решают поставленные перед ними задачи под руководством (контролем) преподавателя. Обсуждение процесса решения задачи и оценка правильности полученного результат (постановки задачи, выбора метода ее решения, проверка по- лученного результата и т.д.) в ходе практического занятия производится коллективно студентами под руководством преподавателя.

**6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

1. ОС семейства MicrosoftWindows
2. LibreOffice

**7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

1. MozillaFirefox
2. Microsoft Office 365

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», рекомендуемых для освоения дисциплины**

**а) основная литература**

1. Каштаева, С. В. Математическое моделирование: учебное пособие / С. В. Каштаева. — Пермь: ПГАТУ, 2020. — 112 с. — ISBN 978-5-94279-487-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/156708>
2. Пышнограй, Г. В. Математическое моделирование: учебное пособие / Г. В. Пышнограй, Л. М. Бронникова. — Барнаул: АлтГПУ, 2015. — 187 с. — ISBN 978-5-88210-780-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112167>
3. Карнадуд, О. С. Конспект лекций по математическому моделированию: учебное пособие / О. С. Карнадуд, П. Н. Победаш, С. В. Аленин. — Кемерово: КузГТУ имени Т.Ф. Горбачева, 2020. — 85 с. — ISBN 978-5-00137-121-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/145120>
4. Горшков, А. Г. Теория упругости и пластичности: учебник / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Тарлаковский. – Москва: Физматлит, 2002. – 417 с. – Режим доступа: по подписке. – URL[:https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76683](https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76683)

**б) дополнительная литература**

1. Математическое и компьютерное моделирование: учебное пособие / А. Н. Бугров, Е. Ю. Кирпичева, А. А. Миловидова, Т. О. Махалкина. — Дубна: Государственный университет «Дубна», 2019. — 71 с. — ISBN 978-5-89847-570-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154489>
2. Голубева, Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учебное пособие для вузов / Н. В. Голубева. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-8721-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179611>
3. Горлач, Б. А. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация: учебное пособие для вузов / Б. А. Горлач, В. Г. Шахов. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-9551-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/200447>
4. Ермоленко А.В. К решению обратных задач с использованием теории пластин типа Кaрмана-Тимошенко-Нагди // Вестн. Сыкт. Ун-та. Сер.1. Математика. Механика. Информатика. Вып. 12. – Сыктывкар: Изд-во Сыкт. ун-та, 2010. С.45-52.
5. Ермоленко А.В. Аналитическое решение контактной задачи для жестко закрепленной пластины и основания // В мире научных открытий. Красноярск: НИЦ, 2011. С.11-17.
6. Маликов, Р. Ф. Основы математического моделирования: учебное пособие / Р. Ф. Маликов; ответственный редактор Р. И. Саитов. — Уфа: БГПУ имени М. Акмуллы, 2005. — 136 с. — ISBN 5-87978-273-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/43197>
7. Михайловский Е.И., Ермоленко А.В., Миронов В.В., Тулубенская Е.В. Уточненные нелинейные уравнения в неклассических задачах механики оболочек. – Сыктывкар: Изд-во Сыктывкарского ун-та, 2009. – 141 с.
8. Филин А.П. Элементы теории оболочек. – Л.: Стройиздат, 1987. – 384 с.

**в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека online». URL: http://biblioclub.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL:

http://window.edu.ru/

1. Образовательный портал Череповецкого государственного университета. URL: <https://edu.chsu.ru/>
2. Образовательная платформа Stepik, онлайн курсы: Введение в математическое моделирование/ Stepik, <https://stepik.org/course/89909/promo>
3. Лань: электронно-библиотечная система: сайт / ООО «Издательство ЛАНЬ». – URL: [https://e.lanbook.com.](https://e.lanbook.com/) – Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. ИВИС: универсальные базы электронных периодических изданий: сайт / ООО «ИВИС». – URL: [https://dlib.eastview.com](https://dlib.eastview.com/) . – Режим доступа: для авториз. пользователей.

**г) дополнительная литература, доступная студентам ЯрГУ**

1. Горшков, А. Г. Теория упругости и пластичности : Учеб. : Для вузов. / Горшков А. Г. , Старовойтов Э. И. , Тарлаковский Д. В. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 416 с. - ISBN 5-9221-0224-9. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102249.html>

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины**

**«**Математическое моделирование**»**

**Фонд оценочных средств**

**для проведения текущего контроля успеваемости**

**и промежуточной аттестации студентов**

**по дисциплине**

1. Типовые контрольные задания и иные материалы,

используемые в процессе текущего контроля успеваемости

Перечень оценочных средств

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Компетенции  | Индикаторы достижения компетенций  | Оценочные средства  |
| ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.  | ИОПК3.1 Демонстрирует умение анализировать, модифицировать и использовать математические модели в области профессиональной деятельности.  | 1. Задания для проверочных работ.
2. Индивидуальные задания.
3. Задания для выполнения лабораторных работ.
4. Вопросы к зачету, экзаменам.
 |

### Образцы заданий проверочных работ

**Задача 1.**

На предприятии имеется три вида сырья и можно производить два вида продукции. Данные о расходе на производство единицы продукции, запасов сырья и прибыли представлены в таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид сырья  | Запасы сырья  | Расход сырья на единицу продукции А В  |
| 1  | 45  | 3 4  |
| 2  | 31  | 5 2  |
|  3  | 30  | 2 3  |
| Прибыль от реализации 1 ед. продукции  |   | 7 5  |

Найти оптимальный план выпуска продукции, при котором предприятие получит наибольшую прибыль. Решить задачу симплексным методом.

**Задача 2.**

Пять предприятий для производства продукции используют 4 вида сырья. Потребности в сырье каждого из предприятий соответственно равны 50; 100; 125; 75; 50 единиц. Сырье сосредоточено в 4 местах его получения, а запасы соответственно равны 100; 50; 150; 100 единиц. На каждое из предприятий сырье может завозиться из любого пункта его получения. Тарифы перевозок являются известными величинами и представлены в таблице.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вj Аi  | В1 50  | В2 100  | В3 125  | В4 75  | В5 50  |
| A1  100  | 4 50  | 5 50  | 3  | 7  | 2  |
| A2 50  | 2  | 3 50  | 8  | 7  | 5  |
| A3 150  | 4  | 2  | 4 125  | 3 25  | 6  |
| A4 100  | 6  | 4  | 5  | 3 50  | 5 50  |

Требуется найти план перевозок, при котором суммарные транспортные затраты будут наименьшими.

**Задача 3.**

 Решить задачу графическим методом

 $f\left(x\right)=x\_{1}-x\_{2}\rightarrow max$

 $\left\{\begin{array}{c}3x\_{1}+2x\_{2}\geq 0\\x\_{1}+x\_{2}\leq 4 \\x\_{1,2}\geq 0 \end{array}\right.$

**Задача 4.**

Составить экономико-математическую модель задачи: Для выпуска изделий двух типов А и В на заводе используют сырье четырех видов (I, II, III, IV). Для изготовления изделия А необходимо: 2 ед. сырья первого вида, 1 ед. второго вида, 2 ед. третьего вида и 1 ед. четвертого вида. Для изготовления изделия В требуется: 3 ед. сырья первого вида, 1 ед. второго вида, 1 ед. третьего вида. Запасы сырья составляют: I вида – 21 ед., II вида – 8 ед., III вида – 12 ед., IV вида – 5 ед. Выпуск одного изделия типа А приносит 3 УДЕ прибыли, а одного изделия типа В – 2 УДЕ. Составить план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль.

**Задача 5.**

Составить двойственную задачу к задаче

$$f\left(x\right)=x\_{1}+10x\_{2}\rightarrow max$$

$$\left\{\begin{array}{c}2x\_{1}+4x\_{2}\leq 16\\-4x\_{1}+2x\_{2}\leq 8\\x\_{1,2}\geq 0 \end{array}\right.$$

и найти ее решение.

**Задача 6.**

Составить математическую модель задачи: На четырех станках (I, II, III, IV) обрабатываются два вида деталей (А и В). Каждая деталь проходит обработку на всех станках. Известны время обработки деталей на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и прибыль, полученная от выпуска одной детали. Данные приведены в таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Станки  |  |  | Время обработки детали, ч.  | Время работы станка (цикл пр-ва), ч.  |
| А  | В  |
| I  |  |  | 1  | 2  | 16  |
| II  |  |  | 2  | 3  | 26  |
| III  |  |  | 1  | 1  | 10  |
| IV  |  |  | 3  | 1  | 24  |
| Прибыль от детали, УДЕ  | 1  | 4  | 1  |   |

Составить план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль при условии, что количество деталей вида В не должно быть меньше количества деталей вида А.

**Задача 7.**

Предприятие планирует выпускать 3 вида продукции – П1, П2, П3. Для этого оно располагает объемами ресурсов 3-х видов Р1, Р2, Р3. Затраты каждого ресурса на изготовление единицы продукции и цена единицы продукции приведены в таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пj Рi  | П1  | П2  | П3  | Объем *bi*  |
| Р1  | 4  | 2  | 1  | 180  |
| Р2  | 3  | 1  | 1  | 210  |
| Р3  | 1  | 2  | 5  | 244  |
| Цена *cj*  | 10  | 14  | 12  |   |

Требуется:

1. построить модель исходной и двойственной задач;
2. решить исходную задачу симплексным методом;
3. найти оптимальное решение двойственной задачи, используя проверочную строку последней симплексной таблицы;
4. дать экономический анализ основным и дополнительным переменным оптимальных решений обеих задач;
5. в ответе записать оптимальные решения обеих задач и значения их целевых функций; указать наиболее дефицитный ресурс и наиболее убыточный вид продукции.

**Задача 8.**

На складах имеются запасы однотипного товара в количестве а (35; 40; 40; 50), который необходимо доставить потребителям. Потребности потребителей задает вектор b (31; 52; 17;

20). Матрица затрат на доставку единицы товара от i-го поставщика j-му потребителю имеет вид:

$$\left(\begin{matrix}5&4&\begin{matrix}3&1\end{matrix}\\2&3&\begin{matrix}5&8\end{matrix}\\\begin{matrix}6\\5\end{matrix}&\begin{matrix}8\\6\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}7\\7\end{matrix}&\begin{matrix}10\\2\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right) $$

Составить план перевозок с минимальными транспортными затратами.

### Образцы индивидуальных заданий

**№ 1**. Фирма выпускает два вида мороженого, для изготовления которого используется молоко и наполнители. Расходы исходных продуктов на 1 кг мороженого приведены в таблице:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Исходный продукт  | Расход исходных продуктов на 1 кг мороженого  | Запас, кг  |
| Сливочное  | Шоколадное  |
| Молоко  | 0,8  | 0,5  | 400  |
| Наполнители  | 0,4  | 0,8  | 365  |

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на сливочное мороженое превышает спрос на шоколадное не более чем на 100 кг. Установлено, что спрос на шоколадное мороженое не превышает 350 кг в сутки. Розничная цена 1 кг сливочного мороженого 16 д.е., шоколадного – 14 д.е. Какое количество мороженого каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

**№ 2.** Совет директоров рассматривает предложения по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на четырёх предприятиях, принадлежащих фирме. Для расширения производства выделяются средства в объёме 120 млн.р с дискретностью 20 млн. р. Прирост выпуска продукции на предприятиях зависит от выделенной суммы, его значения представлены в таблице. Найдите распределение средств между предприятиями, обеспечивающее максимальный прирост выпуска, причем на одно предприятие можно осуществить не более одной инвестиции.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Выделяемые средства, млн. р.  | Прирост выпуска продукции, млн р.  |  |
| Предприятие1  | Предприятие 2  | Предприятие 3  | Предприятие 4  |
| 20 40 60 80 100 120  | 8 16 25 36 44 62  | 10 20 28 40 48 62  | 12 21 27 38 50 63  | 11 23 30 37 51 63  |

**№ 3.** Практические задачи, основанные на использовании современных математических моделей пластин и оболочек.

**1)**. Расчет напряженно-деформированного состояния цилиндрически изгибаемой пластины методом функции Грина.

**2)**. Расчет напряженно-деформированного состояния круглой осесимметрично изгибаемой пластины.

**3)**. Контактная задача со свободной границей для цилиндрически изгибаемой пластины.

**4).** Обратная контактная задача для пологой оболочки.

### Тематика заданий лабораторных работ

*Цель лабораторных работ*: изучение приемов и методов решения задач линейного и нелинейного программирования, использование современных математических моделей пластин и оболочек; приобретение навыков использования специальных средств MS Excel для решения и анализа задач.

**Образец задания лабораторной работы**

**№ 1.** Четыре предприятия экономического района для производства продукции используют некоторое сырье. Спрос на сырье каждого из предприятий соответственно составляет: 120, 50, 190 и 110 усл. ед. Сырье сосредоточено в трех местах. Предположения поставщиков сырья соответственно равны: 160, 140 и 170усл. ед. На каждое предприятие сырье может завозиться от любого поставщика. Тарифы перевозок заранее известны и задаются матрицей

$$C=\left(\begin{matrix}7&8&\begin{matrix}1&2\end{matrix}\\4&5&\begin{matrix}9&8\end{matrix}\\9&2&\begin{matrix}3&6\end{matrix}\end{matrix}\right) .$$

В *i* -й строке *j* -го столбца матрицы *C* указан тариф на перевозку сырья от *i* -го поставщика *j-*му потребителю, *i* = 1,2,3; *j* = 1,2,3,4. Требуется составить план перевозок, при котором общая стоимость перевозок минимальна. Решить задачу с помощью ППП Excel.

**№ 2.** Составьте математическую модель транспортной задачи. Используя метод потенциалов, найдите оптимальный план перевозок.

Исходные данные транспортной задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы транспортные затраты на перевозку единицы груза. Слева указаны мощности поставщиков, а сверху - мощности потребителей.

Потребители

Поставщики

100

60

30

80

50

130

2

3

6

8

2

90

8

1

2

3

5

100

7

4

4

1

4

 **№ 3.** Минимизировать целевую функцию $f\left(\overbar{x}\right)=x\_{1}+x\_{2}$ при ограничении

$\left\{\begin{array}{c}g\_{1} \left(\overbar{x}\right)=x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}-2 \leq 0\\g\_{2}\left(\overbar{x}\right)=x\_{1}-2 \end{array}\right.$ с точностью $ε=0,1 $ (на компьютере $ε=0,0001$)

1. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Для формирования базы освоения компетенций дисциплины студентам предлагается подготовиться по следующему перечню вопросов, выносимых на зачет и экзамены.

|  |
| --- |
| **Вопросы к зачету (4 семестр)**  |
| 1. Понятие о моделировании. Классификация моделей. Примеры математических моделей.  |
| 2. Этапы и принципы моделирования.  |
| 3. Общая задача линейного программирования. Классическая форма записи задачи линейного программирования.  |
| 4. Графический метод решения задачи линейного программирования.  |
| 5. Симплексный метод решения задач линейного программирования.  |
| 6. Двойственность в линейном программировании.  |
| 7. Целочисленное программирование.  |
| **Вопросы к экзамену (5 семестр)**  |
| 1. Транспортная задача линейного программирования. Опорные планы транспортной задачи.  |
| 2. Решение транспортной задачи.  |
| 3. Общая задача нелинейного программирования. Выпуклые и вогнутые функции.  |
| 4. Метод множителей Лагранжа.  |
| 5.Теорема Куна – Таккера.  |
| 6. Седловая точка и задача нелинейного программирования.  |
| 7. Применение теоремы Куна – Таккера для задачи выпуклого программирования.  |
| 8. Динамическое программирование.  |
| **Вопросы к экзамену (6 семестр)**  |
| 1. Понятие тензора 2-го ранга.  |
| 2.Тензор деформации Грина-Лагранжа и свойства его компонент. |
| 3. Тензор поворота, тензор малых деформаций Коши, формула Коши для напряжений.  |
| 4. Уравнения равновесия, уравнения неразрывности Сен-Венана, закон Гука, теорема Клайперона.  |
| 5. Вывод полевых (из уравнений равновесия теории упругости) и граничных (из теоремы Клайперона) уравнений линейной теории Кирхгофа.  |
| 6. Методы преобразования уравнения Кирхгофа при рассмотрении плоских пластин различных очертаний.  |
| 7. Теория пологих оболочек Маргера-Тимошенко-Нагди. Использование М-алгоритма для уточнений уравнения Маргера (приведенные в монографии А.П. Филина).  |
| 8. Модели механики пластин и оболочек.  |

1. **Критерии оценки выполнения индивидуального задания**

От 3 до 5 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 2 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

1. **Критерии оценки выполнения проверочной работы**

От 5 до 8 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 3 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

1. **Критерии оценки выполнения лабораторных работ (от 0 до 8 баллов):**

По итогам выполнения лабораторной работы студент формирует отчет, демонстрирует результаты своей работы и работы программы преподавателю.

До 8 баллов выставляется студенту, если работа выполнена самостоятельно и полностью верно; представлен отчет, содержащий результаты выполнения заданий лабораторной работы; студент анализирует результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, делает выводы.

До 6 баллов выставляется студенту, если работа выполнена самостоятельно, в целом правильно, но имеются некоторые неточности в выполнении заданий; представлен отчет, содержащий результаты выполнения заданий лабораторной работы; студент анализирует результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, делает выводы.

До 4 балловвыставляется студенту, если работа выполнена самостоятельно, в целом правильно, но имеются некоторые неточности в выполнении заданий или незначительные ошибки; представлен отчет, содержащий результаты выполнения заданий лабораторной работы; студент испытывает затруднения при проведении анализа результатов, полученных в ходе выполнения лабораторной работы, и формулировке выводов.

От 1 до 3 баллов выставляется студенту, если студент не до конца справился с заданием. 0 баллов выставляется студенту, если студент не справился с заданием.

### 4. Критерии оценки знаний на зачете

Преподаватель в течение практических и лабораторных работ проводит систематический контроль знаний студентов, оценивая решение индивидуальные заданий и отчеты по лабораторным работам. Поэтому, если текущий рейтинг по дисциплине будет равен или превысит 55 баллов, студент может получить зачет по дисциплине без прохождения промежуточной аттестации. Ответ на зачете оценивается от 20 (минимум) до 40 баллов (максимум). Зачетный тест содержит 10-15 заданий на 40 баллов. Студент, набравший менее 20 баллов, получает в итоге за зачет 0 баллов.

Шкала оценивания компетенций:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оценка в 100-балльной шкале  | Оценка в 5-ти балльной шкале  | Уровень сформированности компетенций  |
| 0-54 баллов  | неудовлетворительно (не зачтено)  | недостаточный  |
| 55-69 баллов  | удовлетворительно (зачтено)  | базовый  |
| 70-85 баллов  | хорошо (зачтено)  | повышенный  |
|  |  |
| 86-100 баллов  | отлично (зачтено)  |  |

Критерии оценивания компетенций:

|  |  |
| --- | --- |
| **Индикаторы достижения компетенций**  | **Критерии оценивания компетенций**  |
| **Недостаточный уровень**  | **Базовый уровень**  | **Повышенный уровень**  |
| ИОПК3.1 Демонстрирует умение анализировать, модифицировать и использовать математические модели в области профессиональной деятельности.  | Не умеет анализировать, модифицировать и использовать математические модели в области профессиональной деятельности.  | Демонстрирует умение анализировать, модифицировать и использовать математические модели в области профессиональной деятельности в стандартной ситуации.  | Самостоятельно и грамотно анализирует, модифицирует и использует математические модели в области профессиональной деятельности, в том числе в новой или нестандартной ситуации.  |

**Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины**

**«**Математическое моделирование**»**

**Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Математическое моделирование» являются лекции. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы исследования операций. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению самостоятельной работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков по формализации практических задач выбора оптимального плана, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде самостоятельных работ (в аудитории). Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце семестра студенты сдают экзамен. Экзамен проводится в письменном виде по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя один теоретический вопрос и дну задачу. Во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

**Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать учебную литературу, с подробно разобранными примерами формализации практических задач принятия оптимального решения и выбора соответствующего алгоритма. К таким можно отнести литературу, указанную выше в п. 1.1 для каждого задания, а также учебное пособия

Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В. Исследование операций в примерах и за- дачах: Учеб. пособ. М.: Высшая. школа, 1986.

Плашенков, В.В. Исследование операций. В двух частях: учебное пособие для вузов. Ч.1. Теория игр / Плашенков В.В., Зуев А.Н. - Череповец: ГОУ ВПО ЧГУ, 2010. - 166 c. https://edu.chsu.ru/

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов, основным из которых является

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru ) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"

(http://window.edu.ru/library).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Интернет, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ

(http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\_cat\_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»

(http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\_bookreq\_find.php) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.