

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

21 мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Финансовая математика**

Направление подготовки (специальности)  
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)  
«Программирование, алгоритмы и анализ данных»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 24 апреля 2024 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2024 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Финансовая математика» являются применение математических методов для проведения финансовых операций теоретического и практического характера.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Для освоения данной дисциплины студенты быть знакомы с классическим аппаратом математического анализа, линейной алгебры и теории вероятностей. Полученные в курсе «Финансовая математика» знания необходимы для изучения последующих дисциплин модуля «Математика и компьютерные науки», а также для продолжения обучения в магистратуре по направлению «Прикладная математика»

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС, ВО, ОП ВО и приобретение следующих знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-3</b> Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники.	<b>И-ПК-3.1</b> Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции).	<b>Знать:</b> - основные понятия финансовой математики и их обозначение; - практическое применение финансовой математики; <b>Уметь:</b> - вычислять наращенную сумму в случае простых и сложных процентов. <b>Владеть навыками:</b> - применения математического аппарата для решения задач финансовой математики. - применение пакетов MS Excel, MS Word. - чтения литературы по финансовой математике на английском языке.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетные единицы, **108** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Теория процентов	6	6	12		2		6	
2	Финансовые потоки	6	7	12		2		6	Задания для самостоятельной работы
3	Финансовые риски	6	3	8		2		6	Контрольная работа
						2	0,5	33,5	экзамен
	Всего		16	32		8	0,5	51,5	

### Содержание разделов дисциплины

#### 1. Теория процентов

- 1.1. Простые и сложные ставки ссудных процентов.
- 1.2. Простые и сложные учётные ставки
- 1.3. Учёт инфляции
- 1.4. Сравнение операций

#### 2. Финансовые потоки

- 2.1. Виды рент
- 2.2. Приведенная и будущая величина потока платежей.
- 2.3. Ренты
- 2.4. Коэффициенты приведения и наращения рент
- 2.5. Расчёт параметров ренты.
- 2.6. Арифметика ипотеки.
- 2.7. Методы оценки инвестиций

#### 3. Финансовые риски

- 3.1. Доходность финансовой операции.
- 3.2. Риск финансовой операции
- 3.3. Методы уменьшения риска.
- 3.4. Правило крайнего оптимизма
- 3.5. Правило крайнего пессимизма Вальда
- 3.6. Правило минимального риска Сэвиджа
- 3.7. Компромиссное правило Гурвица
- 3.8. Правило максимальной вероятности
- 3.9. Правило Байеса максимизации среднего ожидаемого дохода
- 3.10. Правило Лапласа равновозможности
- 3.11. Оптимальность по Парето
- 3.12. Ожидаемая стоимость полной информации

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционно-образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) - последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвящённое освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний. В процессе проведения таких занятий устанавливается тесный контакт преподавателя со студентами.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине при формировании материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине используются:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- система Wolfram Mathematica. (<https://www.wolframcloud.com/>)

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются (или могут использоваться):

- Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ  
[http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://www.biblio-online.ru/>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru/>
- База научных статей Mathnet
- База Scopus
- База Web of Sciences

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Бочаров, П. П. Финансовая математика : учебник / Бочаров П. П. , Касимов Ю. Ф. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 576 с. - ISBN 978-5-9221-0597-2. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105972.html>
2. И. В. Бабичева. Финансовая математика. Курс лекций в схемах, таблицах и примерах — Санкт-Петербург: Лань, 2023. <https://reader.lanbook.com/book/311762>

### **б) дополнительная литература**

1. Ивлиев, М. Н. Финансовая математика. Методы и модели в экономике. Сборник задач : учебное пособие / М. Н. Ивлиев, Л. А. Коробова, К. В. Чекудаев. - Воронеж : ВГУИТ, 2019. - 91 с. - ISBN 978-5-00032-444-8. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785000324448.html>
2. Александровская, Ю. П. Математические методы финансового анализа : учебное пособие / Александровская Ю. П. - Казань : Издательство КНИТУ, 2017. - 128 с. - ISBN 978-5-7882-2145-8. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788221458.html>
3. В. А. Бабайцев, В. Б. Гисин Математические методы финансового анализа: учебное пособие для вузов — Москва: Издательство Юрайт, 2023  
<https://urait.ru/viewer/matematicheskie-metody-finansovogo-analiza-516100>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор(ы) :**

Профессор кафедры математического анализа,  
д.ф.-м.н.

Балабаев В.Е.

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Финансовая математика»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации  
студентов по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Задания для самостоятельной работы**

**Задания по теме «Финансовые потоки»**

1. Три немедленные годовые ренты постнумерандо, с характеристиками:  $R_q = 130; 220$  и  $300$  тыс. руб.;  $n_q = 5; 12$  и  $8$  лет;  $i_q = 14; 22$  и  $18\%$ ; заменяются: а) одной немедленной рентой постнумерандо со сроком  $10$  лет и процентной ставкой  $20\%$  годовых; б) одной отсроченной на  $3$  года рентой с общим сроком  $10$  лет, включая отсрочку, и процентной ставкой  $20\%$  годовых. Определите величину годового платежа консолидированной ренты.
2. Объединяются три ренты со сроками  $n_q = 7; 4$  и  $9$  лет, члены рент равны между собой, а  $R_q = 500$  тыс. руб.; процентные ставки также равны и составляют  $i_q = 8\%$ . Размер консолидированного годового платежа равен  $1,5$  млн. руб., процентная ставка сохраняется на уровне  $8\%$  годовых. Определите срок новой ренты.
3. Фирма по торговле недвижимостью продает объект стоимостью  $3,5$  млн. руб. При этом предлагаются следующие варианты оплаты: а) оплата в течение трех лет равными платежами, вносимыми в конце года под  $9\%$  годовых; б) оплата с отсрочкой платежа в один год, остальные условия аналогичны предыдущему варианту; в) оплата с отсрочкой в один год, но срок ренты возрастает до четырех лет. Определите финансовые последствия для каждого варианта.
4. По условиям договора немедленная годовая рента сроком четыре года, величиной годового платежа  $200$  тыс. руб. и процентной ставкой  $10\%$  годовых, заменяется отсроченной на два года рентой. Определите срок новой ренты при сохранении остальных параметров.
5. По условиям соглашения между кредитором и заемщиком годовая рента постнумерандо с величиной годового платежа  $180$  тыс. руб., сроком три года и ставкой  $14\%$  годовых, заменяется на квартальную при сохранении остальных параметров. Оцените новый аннуитет. Как изменятся параметры аннуитета, если срок ренты увеличится до четырех лет?

**Контрольная работа «Финансовая математика»**

**Задача 1.** Заемщик получил кредит на сумму  $20000$  рублей под  $32\%$  годовых. Через  $240$  дней кредит был полностью погашен. Рассчитайте, какую сумму заемщик отдал банку? Насколько отличается эта сумма от одолженной?

**Задача 2.** За два дня был проложен кабель. За первый день проложили 56% кабеля, а за другой - на 132 м меньше, чем первого. Сколько всего метров кабеля было проложено за два дня?

**Задача 3.** Перемешали 30- процентный раствор соляной кислоты с 10- процентным раствором и получили 800 г 15 - процентного раствора. Сколько граммов каждого раствора взяли для этого?

**Задача 4.** Переводной вексель выдан на сумму 100 тыс. руб. с уплатой 17 ноября. Владелец учел его в банке 23 сентября по учетной ставке 8%. Какую сумму он получил и чему равен дисконт?

**Задача 5.** Вексель был учтен за 15 дней до срока погашения по ставке 18% годовых. В результате учета владелец векселя получил 49625 руб. Какова номинальная стоимость векселя при условии, что год принимается равным 360 дням,

**Задача 6.** Администрация региона получила кредит в банке на сумму 6,0 млн руб. сроком на 5 лет. Процентная ставка по кредиту определена в 10,5% для 1-го года, для 2-го года предусматривается надбавка к процентной ставке в размере 1,5%, для 3-го года и последующих лет — в размере 0,75%. Определить сумму долга, подлежащую погашению по истечении срока займа,

**Задача 7.** В банк было положено 1500 руб. Через 1 год и 3 месяца на счете оказалось 1631,25 руб. Сколько простых процентов в год выплачивает банк?

Определить, какое помещение денег на срок 6 месяцев выгоднее:

- а) под простую ставку процентов в 30% годовых;
- б) под сложную ставку в 29% годовых при ежеквартальном начислении процентов.

Задачу решить двумя способами: 1) сравнивая множители наращения за 6 месяцев; 2) формальным сопоставлением эффективных годовых процентных ставок.

**Задача 8.** Клиент внес в банк 2,5 тыс. руб. под 9,5% годовых, через 2 года и 270 дней он изъясил вклад. Определить полученную им сумму при использовании банком:

- а) сложных процентов;
- б) смешанного метода.

## **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

### **Список вопросов к экзамену**

1. Процентная ставка. Период и интервал начисления. Декурсивный и антисипативный способы. Ссудный процент и учётная ставка.
2. Простые ставки ссудных процентов, простые учётные ставки.
3. Английская, французская и немецкая практики начисления процентов.
4. Сложные ставки ссудных процентов, сложные учётные ставки.
5. Темп и индекс инфляции формула Фишера. Формула реальной доходности.

Синергетический эффект.

6. Номинальная и эффективная ставки. Эквивалентность платежей.
7. Оператор дисконтирования. Мультиплицирующий и дисконтирующий множители. «Правило 70» и «Правило 100».
8. Ренты пренумерандо и постнумерандо. Конечные ренты. Коэффициенты приведения и наращения.
9. Приведенная стоимость, наращенная сумма.
10. Варианты погашения кредита: аннуитет, справедливый, простой, «хвост», погашаемый в конце срока. «Правило 78».
11. Показатели оценки инвестиций. Альтернативные издержки по инвестициям.
12. Метод чистой приведенной стоимости.
13. Метод внутренней нормы доходности.
14. Метод окупаемости.
15. Метод рентабельности.
16. Средняя норма прибыли на инвестиции.
17. Доходность финансовой операции. Синергетический эффект
18. Риск финансовой операции.
19. Методы уменьшения риска. Диверсификация.
20. Хеджирование, опционы, страхование.
21. Виды финансовых рисков
22. Принятие решений в условиях полной неопределенности. Правила крайнего оптимизма и крайнего пессимизма Вальда.
23. Правило минимального риска Сэвиджа.
24. Компромиссное правило Гурвица
25. Правило Лапласа равновозможности.
26. Принятие решений в условиях частичной неопределенности. Правило максимальной вероятности.
27. Правило Байеса максимизации среднего ожидаемого дохода.
28. Правило Байеса минимизации среднего ожидаемого риска.
29. Оптимальность по Парето.
30. Ожидаемая стоимость полной информации.

### **3. Правила выставления оценки на экзамене**

#### **Правила выставления оценки на экзамене (в устной форме)**

В экзаменационный билет включаются два теоретических вопроса и задача. На подготовку к ответу дается 1 астрономический час. По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины, дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, правильно решает задачу.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствует указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора. Необходимым условием является хотя бы частичное решение задачи.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при

этом все же демонстрирует некоторые базовые знания по предмету. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не демонстрирует знания базовых понятий и результатов, не в состоянии решить задачу, плохо отвечает на дополнительные вопросы, не владеет понятийным материалом дисциплины. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы. Кроме того, оценка «Неудовлетворительно» может быть выставлена при незнании каких-то базовых понятий и результатов. Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

### **Правила выставления оценки на экзамене (в письменной форме)**

Студенту предлагается индивидуальный вариант заданий, содержащий 4-6 задач. На выполнение и представление заданий дается не менее 3-х часов. При оценивании выполненных заданий может использоваться следующая система оценок за одно задание:

- + (4 балла) – задание выполнено полностью, без ошибок;
- + (3 балла) – задание выполнено с незначительной ошибкой или почти полностью;
- + (2 балла) – задание выполнено с существенной ошибкой или примерно наполовину;
- + (1 балл) – лишь какие-то элементы представленного ответа могут быть оценены положительно.

При таком подходе задания считаются примерно равноценными по трудоемкости.

При проверке работы в каждом задании отмечаются недостатки (в форме, доступной студенту), и тем самым объясняются поставленные баллы за задания. Пусть  $k$  – число задач в предложенном варианте (например,  $k=5$ ). Определяется общее число  $M$  баллов, набранных студентом. Оценка зависит от величины отношения  $r = MN$ , где  $N=4k$  – максимальное возможное число баллов за работу. Возможная градация оценок следующая:

- $0.75 \leq r \leq 1$  - оценка «отлично»;
- $0.60 \leq r < 0.75$  - оценка «хорошо»;
- $0.26 \leq r \leq 0.59$  - оценка «удовлетворительно»;
- $0 \leq r \leq 0.25$  - оценка «неудовлетворительно».

Если задания имеют существенно различную трудоемкость (сложность), то их максимальная оценка может быть различной. В этом случае в указанную схему вносятся соответствующие изменения.

За преподавателем имеется право учитывать на экзамене в положительную сторону работу студента в семестре.

### **Требования для получения зачета**

Каждый студент получает индивидуальное задание. Зачет выставляется по результатам собеседования в ходе которого студент сдает задание и отвечает на вопросы.

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Финансовая математика»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основу освоения курса «Финансовая математика» составляет сочетание лекций и практических занятий при определённом преобладании второго вида занятий. Если на лекциях излагаются основные теоремы и небольшое число примеров иллюстративного материала, то на практических занятиях решается значительное число задач.

Для успешного освоения дисциплины принципиально важно решение достаточно большого количества упражнений, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического анализа. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного материала. Конспекты лекции необходимо прорабатывать еще раз дома и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются объединением нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных навыков работы с аппаратом экстремальных задач, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ и коллоквиума. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий, которые вызвали затруднения.

Студенты сдают экзамен, принимаемый по экзаменационным билетам. Каждый билет включает в себя два теоретических вопроса и одно задание практического характера. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 5 дней, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить самостоятельно дисциплину «Финансовая математика» большинству студентов крайне сложно. В первую очередь это связано с тем, что используются многие понятия и методы смежных математических дисциплин : алгебра и аналитическая геометрия. Играет роль и большой объем материала. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий сдать экзамен по итогам изучения дисциплины практически невозможно.