**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра информационных и сетевых технологий

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ



Д.Ю. Чалый

«\_22\_» мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

«Теория графов»

**Направление подготовки**

01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль)**

«Искусственный интеллект»

**Квалификация выпускника**

Бакалавр

**Форма обучения**

очная

Программа рассмотрена на   
заседании кафедры   
от 10 апреля 2024 г.,  
протокол № 8

Программа одобрена НМК факультета ИВТ  
протокол № 6 от   
 26 апреля 2024 г.

Ярославль

**1. Цели освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины «Теория графов» студент должен владеть знаниями, умениями и навыками, сформированными школьной программой по математике, а также математическим анализом, алгеброй и теорией чисел, математической логикой.

**2. Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата *(магистратуры, специалитета)***

Дисциплина «Теория графов» закладывает основы абстрактной алгебры, теории графов, раскрывает широкий спектр математических методов решения практических задач.

Освоение дисциплины «Теория графов» является основой для последующего изучения профессиональных дисциплин.

Дисциплина «Теория графов» изучается во 2 семестре.

**3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата *(магистратуры, специалитета)***

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Формируемая компетенция**  **(код и формулировка)** | **Индикатор достижения компетенции**  **(код и формулировка)** | **Перечень**  **планируемых результатов обучения** |
| **Общепрофессиональные компетенции** | | |
| ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности. | ИОПК1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук. | Демонстрирует глубокие фундаментальные знания, полученные в области теории графов. |
| ИОПК1.2 Демонстрирует умение использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности. | Самостоятельно и грамотно использует фундаментальные знания, полученные в области теории графов, в профессиональной деятельности, в том числе в новой или нестандартной ситуации. |

**4. Объем, структура и содержание дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 акад. часов.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Темы (разделы)**  **дисциплины,**  **их содержание** | **Семестр** | **Виды учебных занятий,**  **включая самостоятельную работу студентов,**  **и их трудоемкость**  **(в академических часах)** | | | | | | **Формы текущего контроля успеваемости**  **Форма промежуточной аттестации**  ***(по семестрам)*** |
| **Контактная работа** | | | | | самостоятельная  работа |
| лекции | практические | лабораторные | консультации | аттестационные испытания |
| 1 | Основные понятия теории графов. | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 12 |  |
| 2 | Операции над графами. | 2 | 4 | 2 | 0 | 0 | 0 | 12 |  |
| 3 | Элементы графа. | 2 | 2 | 4 | 0 | 0 | 0 | 16 |  |
| 4 | Нахождение экстремальных путей на графах. | 2 | 4 | 4 | 8 | 0 | 0 | 16 |  |
| 5 | Деревья. | 2 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 16 |  |
| 6 | Планарность графов. | 2 | 2 | 4 | 0 | 0 | 0 | 16 |  |
| 7 | Раскраска графов. | 2 | 4 | 4 | 0 | 0 | 0 | 16 |  |
| 8 | Потоки в сетях. | 2 | 4 | 2 | 6 | 0 | 0 | 16 |  |
| 9 | Элементы сетевого планирования. | 2 | 4 | 2 | 6 | 0 | 0 | 16 |  |
|  | **ИТОГО** |  | **30** | **30** | **20** | **0** | **0** | **136** | **Экзамен** |

**Содержание разделов дисциплины:**

**Раздел 1. Основные понятия теории графов.**

Определение графа. Способы задания графа. Метрические характеристики графа. Изоморфизм графов.

**Раздел 2. Операции над графами.**

Основные операции над графами.

**Раздел 3. Элементы графа.**

Маршруты, цепи, циклы. Нахождение маршрутов с заданным количеством ребер.

**Раздел 4. Нахождение экстремальных путей на графах.**

Метод Шимбелла нахождения экстремальных путей. Задача коммивояжера. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Беллмана-Мура. Алгоритм нахождения максимального пути.

**Раздел 5. Деревья.**

Дерево. Остов. Нахождение остова экстремального веса.

**Раздел 6. Планарность графов.**

Планарные графы. Алгоритм укладки графа на плоскости.

**Раздел 7. Раскраска графов.**

Правильная раскраска графа. Хроматическое число. Гипотеза 4-х красок. Алгоритм правильной раскраски графа.

**Раздел 8. Потоки в сетях.**

Определение потока. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм нахождения максимального потока в сети.

**Раздел 9. Элементы сетевого планирования.**

Критические пути, работы, резервы. Сетевые графики. Линейные графики.

**5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

1. Mozilla Firefox

**6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

1. ОС семейства Microsoft Windows
2. Libre Office
3. Microsoft Office 365(онлайн)

**7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», рекомендуемых для освоения дисциплины**

**а) основная литература**

1. Алексеев, В. Е. Теория графов: учебное пособие / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова. —

Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. — 119 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153421>2. Забелин, А. А. Дискретная математика; методы и модели теории графов и их программная реализация: учебное пособие / А. А. Забелин, Е. С. Коган. — Чита: ЗабГУ, 2020. — 166 с. — ISBN 978-5-9293-2543-4. — Текст: электронный // Лань: электроннобиблиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/173636>

3. Микони, С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы: учебное пособие / С. В. Микони. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 192 с. — ISBN

978-5-8114-1386-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211049>

**б) дополнительная литература**

1. Игнатьев, А. В. Теория графов. Лабораторные работы / А. В. Игнатьев. — СанктПетербург: Лань, 2022. — 64 с. — ISBN 978-5-8114-9603-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/230342>
2. Тюрин, С. Ф. Теория графов и её приложения: учебное пособие / С. Ф. Тюрин. — Пермь: ПНИПУ, 2017. — 207 с. — ISBN 978-5-398-01745-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/160870>
3. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие /

М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 364 с. — ISBN 978-5-8114-4998-9. — Текст: электронный // Лань: электроннобиблиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/130477>

1. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: Учебное пособие для вузов. - СПб.: Питер, 2003. - 304 с.: ил. - (Учебник для вузов).

**в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека online». URL: http://biblioclub.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL:

http://window.edu.ru/

1. Образовательный портал Череповецкого государственного университета. URL: <https://edu.chsu.ru/>
2. Образовательная платформа Открытое образование. онлайн курсы: Теория графов. URL: <https://openedu.ru/course/mipt/GRAPHTH/>

**г) дополнительная литература, доступная студентам ЯрГУ**

1. Асанов, М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 364 с. — ISBN 978-5-8114-4998-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/130477>

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины**

**«Теория графов»**

**Фонд оценочных средств**

**для проведения текущего контроля успеваемости**

**и промежуточной аттестации студентов**

**по дисциплине**

1. Типовые контрольные задания и иные материалы,

используемые в процессе текущего контроля успеваемости

1. Найти количество маршрутов и сами маршруты, состоящие из трёх рёбер, из первой вершины в четвертую, если граф задан матрицей смежности:
2. Методом Дейкстры найти минимальный путь и его вес из первой вершины в шестую, если орграф задан матрицей весов:
3. Методом Беллмана-Мура найти минимальный путь из первой вершины в шестую, если орграф задан матрицей весов:
4. Найти максимальный путь и его вес из первой вершины в шестую, если орграф задан матрицей весов:
5. Найти количество остовных деревьев, минимальный по весу остов и его вес, если граф задан матрицей весов:

### Образец заданий лабораторных работ

1. Методом Шимбелла найти минимальные и максимальные пути из второй вершины в четвертую, состоящие из трёх ребер, если граф задан матрицей весов:
2. .На вечеринку приглашены n мальчиков и n девочек. Они хотят станцевать несколько раундов. В каждом раунде гости делятся на n танцующих пар. Каждый гость должен быть в некоторой паре, каждая пара должна состоять из одного мальчика и одной девочки. В каждом раунде каждый мальчик должен танцевать с другой девочкой. Некоторые мальчики и девочки не нравятся друг другу. Каждый мальчик может танцевать не более чем с k девочками, которые ему не нравятся. Аналогично каждая девочка может танцевать не более чем с k мальчиками, которые ей не нравятся. Имеется информация о том, нравятся ли друг другу i-ый мальчик и j-ая девочка (1 ≤ i, j ≤ n). Найти наибольшее количество раундов, которое можно станцевать на вечеринке.

**Образец заданий проверочных работ.**

1. Для ориентированного графа с шестью узлами, заданного списком дуг
2. постройте диаграмму;
3. составьте матрицы смежности и инцидентности;
4. найдите полустепени и степени всех узлов;
5. найдите число компонент связности, цикломатическое и хроматическое числа;
6. выполните правильную раскраску графа и найдите его классы одноцветности.
7. Постройте граф отношения «x+y<=7» на множестве М={1,2,3,4,5,6}.Определите его свойства.

**Образец варианта контрольной работы.**

**1** Записать матрицы смежности и инцидентности орграфа, изображенного на рисунке.

1. Найти число полных путей в ориентированном графе с вершинами *А*, *В*, *С*, *D,* представленном матрицей смежности
2. По матрицам смежности и инцидентности построить граф: ,
3. По матрицам смежности и инцидентности построить орграф: ,
4. Найти маршрут минимальной длины от пункта 1 к пункту 10:



1



4



7



8



10



3



6



2



5



9



3



8



3



9



4



2



6



8



6



2



8



1



7



2



6



3



7

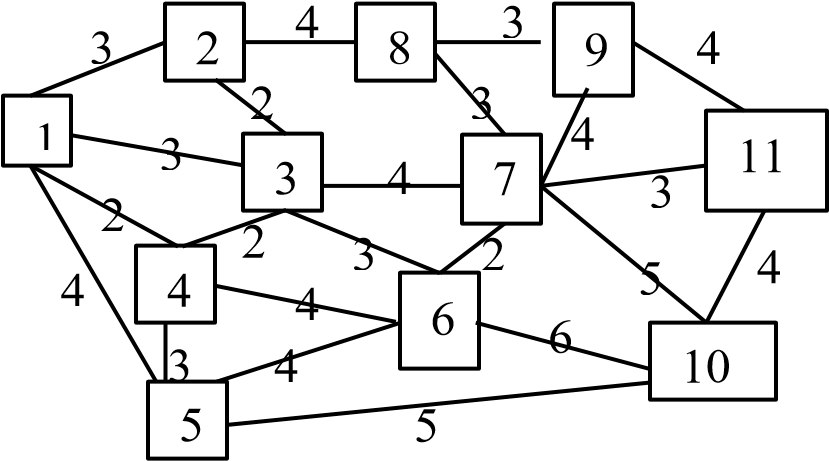


4



8

1. Фирма получила заказ на прокладку кабеля для кабельного телевидения. Предложить решение, которое позволит обеспечить доступ кабельной сети по всем точкам, но при этом общая протяженность кабельных сетей будет минимально возможной.



**Критерии оценки выполнения индивидуального задания**

От 2 до 4 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий. От 0 до 1 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

**Критерии оценки выполнения проверочной работы**

От 3 до 4 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий. От 0 до 2 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

**Критерии оценки выполнения лабораторных работ**

По итогам выполнения лабораторной работы студент формирует отчет, демонстрирует результаты своей работы преподавателю. До 7 баллов выставляется студенту, если работа выполнена самостоятельно и полностью верно; представлен отчет, содержащий результаты выполнения заданий лабораторной работы; студент анализирует результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, делает выводы. До 5 баллов выставляется студенту, если работа выполнена самостоятельно, в целом правильно, но имеются некоторые неточности в выполнении заданий; представлен отчет, содержащий результаты выполнения заданий лабораторной работы; студент анализирует результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, делает выводы. До 4 баллов выставляется студенту, если работа выполнена самостоятельно, в целом правильно, но имеются некоторые неточности в выполнении заданий или незначительные ошибки; представлен отчет, содержащий результаты выполнения заданий лабораторной работы; студент испытывает затруднения при проведении анализа результатов, полученных в ходе выполнения лабораторной работы, и формулировке выводов. От 1 до 3 баллов выставляется студенту, если студент не до конца справился с заданием. 0 баллов выставляется студенту, если студент не справился с заданием.

**Критерии оценки выполнения контрольной работы**

От 6 до 10 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий. От 0 до 5 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

1. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Вопросы к экзамену** |
| 1 | Определение графа. Способы задания графа. Метрические характеристики графа. Изоморфизм графов. |
| 2 | Основные операции над графами. |
| 3 | Маршруты, цепи, циклы. Нахождение маршрутов с заданным количеством ребер. |
| 4 | МетодШимбелла нахождения экстремальных путей. |
| 5 | Задача коммивояжера. |
| 6 | Алгоритм Дейкстры. |
| 7 | Алгоритм Беллмана-Мура. |
| 8 | Алгоритм нахождения максимального пути. |
| 9 | Дерево. Остов. Нахождение остова экстремального веса. |
| 10 | Планарные графы. Алгоритм укладки графа на плоскости. |
| 11 | Правильная раскраска графа. Хроматическое число. |
| 12 | Гипотеза 4-х красок. Алгоритм правильной раскраски графа. |
| 13 | Определение потока. Теорема Форда-Фалкерсона. |
| 14 | Алгоритм нахождения максимального потока в сети. |
| 15 | Критические пути, работы, резервы. Сетевые графики. |
| 16 | Линейные графики. |

**Критерии оценки знаний на экзамене**

Преподаватель в течение практических и лабораторных работ проводит систематический контроль знаний студентов. Ответ на экзамене оценивается исходя из 40 баллов (максимум). Билет содержит два теоретических вопроса и практическое задание, или тест из 15-20 вопросов. Преподаватель может задавать дополнительные вопросы. Студент, набравший менее 20 баллов, получает в итоге за экзамен 0 баллов.

**Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины**

**«Теория графов»**

**Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Теория конечных графов и ее приложения» являются лекции. Это связано с тем, что в основе теории графов лежит особый математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные задачи современной информатики. По всем темам предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом теории графов.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве индивидуальных заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы современной теории графов. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению индивидуальной работы. В качестве заданий для индивидуальной работы дома студентам предлагаются задачи, более сложные, чем разобранные на лекциях и практических занятиях и требующие вдумчивого и творческого подхода к решению.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом теории графов, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольной работы в 7-ом семестре. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для индивидуальной работы, которые вызвали затруднения.

В конце всего курса студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя две задачи. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Теория графов и ее приложения» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет и экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу. К таким можно отнести следующие издания:

1. Липский В. Комбинаторика для программистов. М: Мир.1988.

2. Харари Ф. Теория графов. М: Мир. 1973

3. Калинин В.Б. Дискретный анализ. Ярославль,ЯрГУ. 2002.

Теория графов: Методические указания к самостоятельной работе для студентов математических и экономических специальностей / сост. В. Д. Власенко. – Хабаровск: Издво Хабар. гос. техн. ун-та, 2005. – 23 с.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru ) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (http://window.edu.ru/library).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно- методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Головной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно- исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") www.informika.ru.

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- Электронная библиотека – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно- методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно- методической деятельности.

- Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов содержит представленные в стандартизованной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- Избранное. В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- Библиотеки вузов. Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню

«Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\_cat\_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность» (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\_bookreq\_find.php) раскрывает учебный фонд научной

библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.